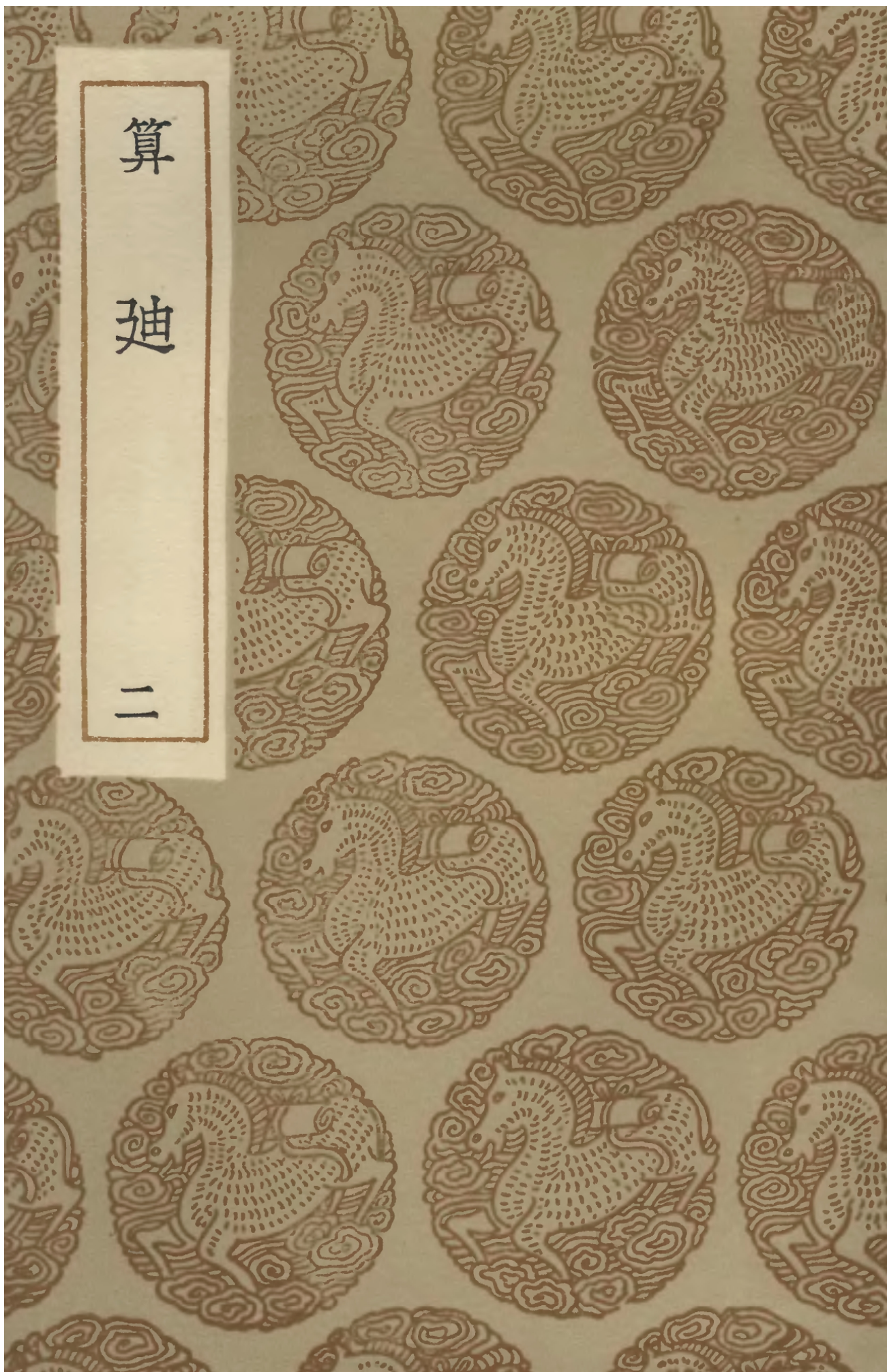


算
通

二

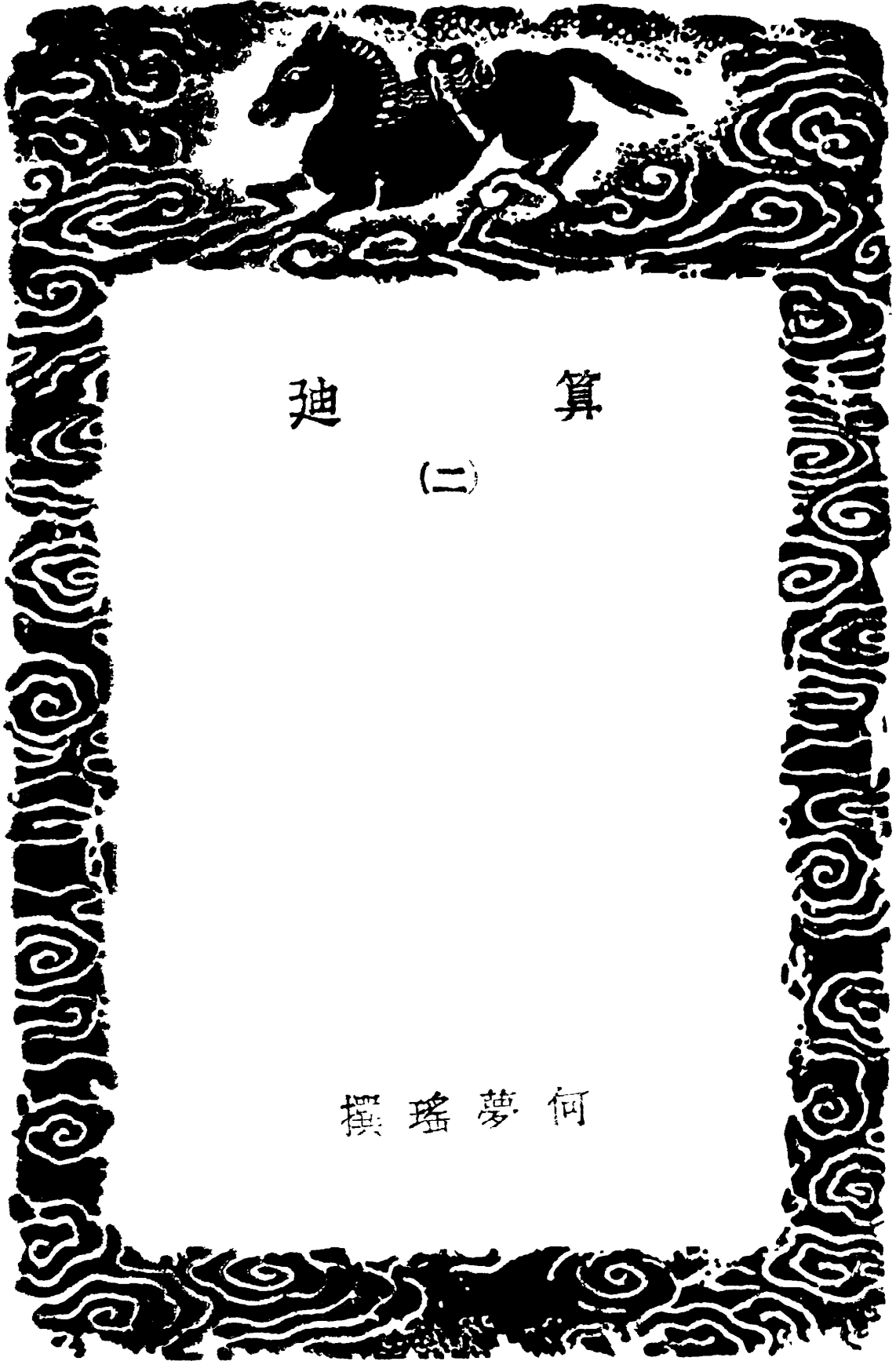


叢書集成

初編

主編者
王雲五

商務印書館發行



算 廸

(二)

何夢瑤撰

算迪卷三上

割員

⊙一法以員容六邊形起算。

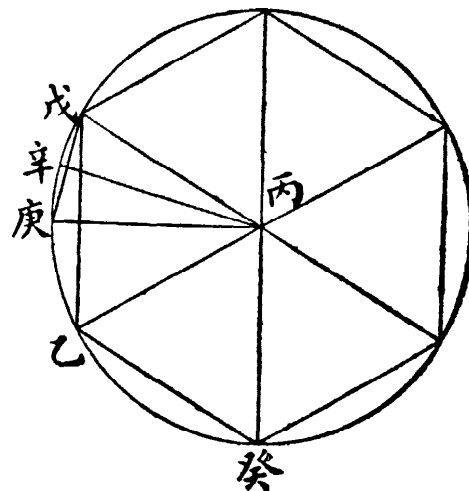
如圖以員半徑_{丙戊}·_丙即爲所容六邊形之一邊。_{如戊乙·蓋}
 平行·而戊丙又與乙癸平行·則戊乙必等丙癸半徑·即等戊丙半徑矣。
 又凡三角形·合三角共一百八十度·今戊丙乙三角形·丙角既得六
 十度·則戊乙二角應共得一百二十度·平分之·亦各得六
 十度·是三角度等也·三角度既等·則三邊亦必等矣。

又以半徑_{丙戊}爲弦一邊折半·_{戊丁}爲股求得句·_{丙丁}轉減

半徑·_{丙庚}餘·_{丁庚}又爲句以半邊_{戊丁}爲股句股又求得弦·

·_{戊庚}是爲割六邊爲十二邊如是者累析爲二十四邊四十
 八邊九十六邊至五百一十五億三千九百六十萬七千五
 百五十二邊定爲員徑一兆得周三兆一千四百一十五萬
 九千二百六十五有餘。

⊙一法以員容四邊形起算。

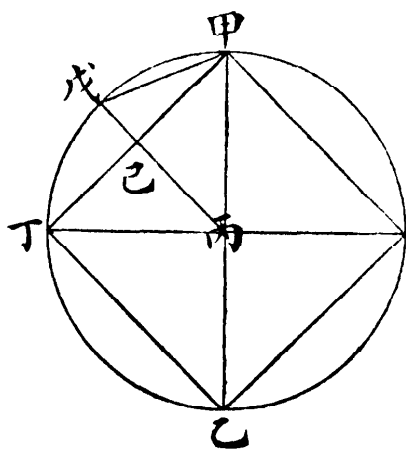
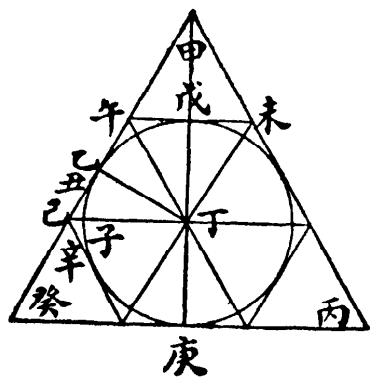


如圖甲丙丁句股形以半徑甲丙爲股丙丁爲句句股求得甲丁弦即容方邊又甲己戊句股形以半邊甲己爲股以己丙^{等甲}與半徑丙戊相減餘己戊爲句句股求得甲戊弦是爲割四邊爲八邊如是屢析爲十六邊三十二邊以至億萬邊亦得徑一周三四一五九二六五有餘

③一法以六邊形容員起算

如圖以員全徑戊庚移作甲丁爲弦^{詳三角容具條}以半徑乙丁爲句求得甲乙股取其三分之一^{甲至乙分三分取甲午二分與午未等蓋甲丙癸大三角形等邊者也則甲午未小三角形亦必等邊矣而午未同六邊形之一邊也}爲六邊形之一邊乃半之以爲乙己句以半徑丁乙爲股即用六邊形之一邊午己移作己丁爲弦^{午己丁與甲午未}皆等邊二角形也與丁子半徑相減餘己子爲句用三率比例法求得丑子股^{丑己子小句股形與丁乙己大句股形相似法爲己乙句比乙丁股若己子句比子丑股也}倍之成丑辛爲十二邊之一邊是爲割六邊爲十二邊也如是者亦屢析至億萬邊所得周徑率亦同

④一法以方容員起算



如圖。以員徑甲己爲股。己酉爲句。求得辰己弦。與員徑相減。餘辰子爲乙己。合之成丑丙。爲員外八邊形之每邊。乙己等乙丑。辰子等子庚。卽等乙丙也。半之爲乙丑句。半徑乙癸爲股。求得癸丑弦。與半徑辛癸相減。餘丑辛。又爲句。用三率比例法。求出辛未股。法爲大句丑乙比大股乙癸。若小句丑辛比小股辛未也。倍之得午未。爲十六邊形之每一邊。是爲

割八邊作十六邊

也。如是者亦屢析

至億萬邊。所得周

徑率亦同。

割員八線

說詳三角法。

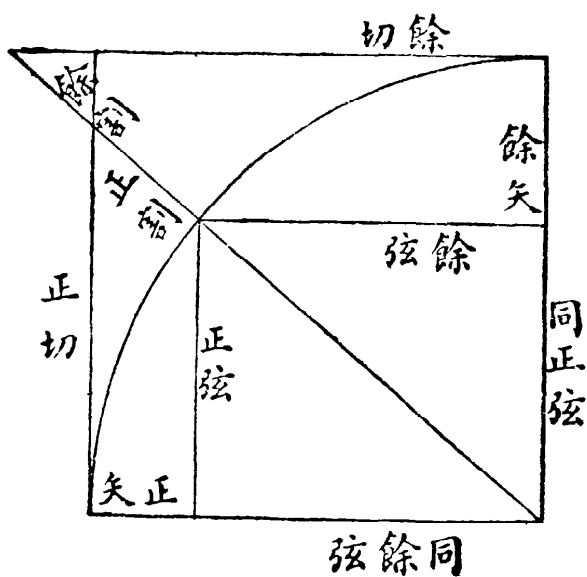
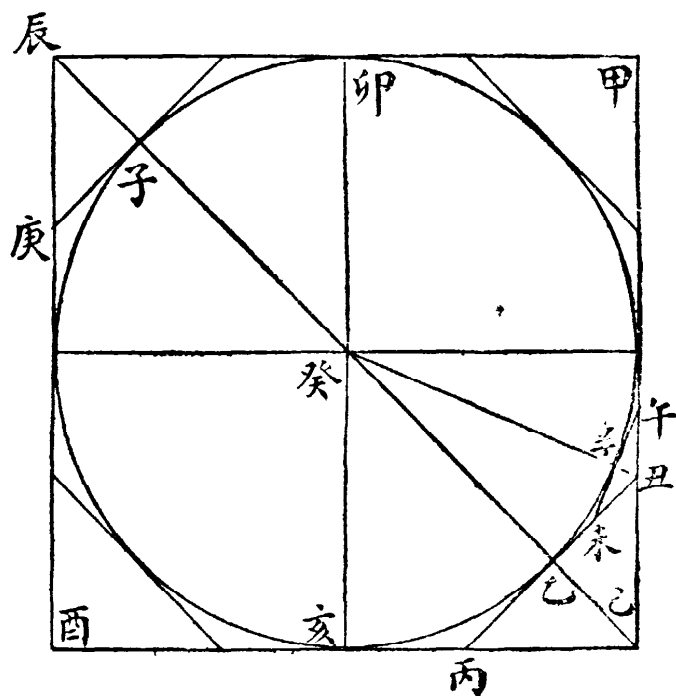
作八線表各法。

表見數理精蘊。

西術割員用八線。

而其所作八線表。

則用六宗三要二



簡之法詳下。

六宗法

① 一卽上文員容六邊形起算之法。以六邊之一邊。卽爲六十度之通弦。半之卽爲三十度之正弦也。

② 一以員容三邊起算。

法以員徑乙丁爲弦。半徑丁丙爲句。丁丙與甲己平行。己丙又與甲丁平行。故丁丙卽己甲也。句弦

求得乙丙股爲所容三邊形之每邊。卽爲一百二十度之通弦。折半

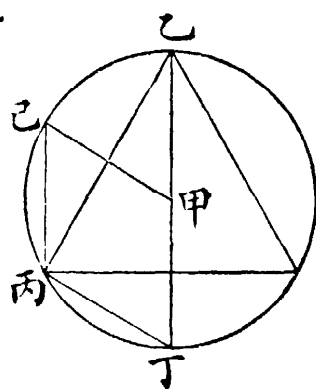
爲六十度之正弦。

③ 一卽上文員容四邊形起算之法。以容方之每邊。卽爲九十度之通

弦。折半爲四十五度之正弦。

④ 一以員容十邊形起算。

此法須先明理分中末線之法。何謂理分中末線。蓋連比例三率。有合中率末率之數。與首率數同者。欲於首率數內。分出中率若干。末率若干。如於首率十尺內。分出中率六尺一寸八分零三毫。末率三尺八寸一分九釐七毫。是也。其法以首率甲乙十尺自乘。本爲甲己正方積。今移作丁己長方。卽以首率十尺。乙己爲長。丁庚闊。丙乙之較。用帶縱較數開方法算之。得丙乙闊。爲相連比例之中率。與首率。

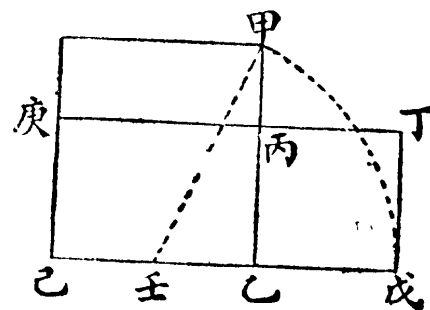


甲乙相減。餘甲丙。爲相連比例之末率。是從甲乙首率。分出丙乙甲丙中末率也。此法蓋因首率自乘之甲己。正。方。兼有首率乘末率甲庚。長方在內。而三率之法。首末率相乘。與中率自乘同積。則甲庚之合丙己成甲己。猶中率自乘之丁乙方。合丙己成丁己也。故以首率自乘爲長方積。仍以首率爲長闊之較。而用帶縱法也。

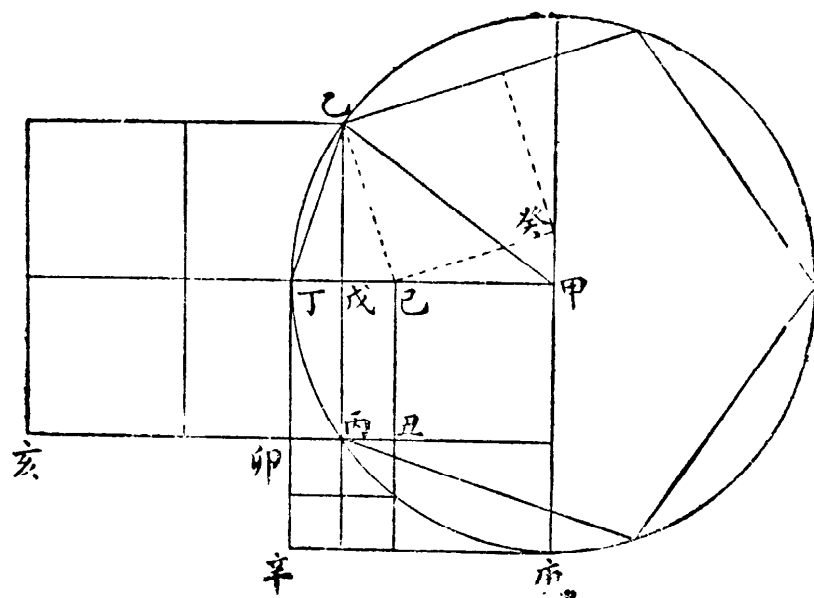
又法以首率甲乙爲股。首率乙己折半得乙壬爲句。求得甲壬弦。爲甲戊弧之半徑。與戊壬等。於戊壬內減乙壬句。餘戊乙。卽丙乙。爲中率。以中率丙乙。

與首率相減。餘甲丙。爲末率。此法既明。而員容十邊形之每邊可求矣。如員徑二百尺。求容十邊形之每邊。法取甲乙半徑一百尺爲首率。自乘得一萬尺。爲丁己長方積。卽以甲乙半徑一百尺。爲長丁庚闊。丁丙之較。用帶縱開方法算之。得丙乙六十一尺八寸零三釐。爲連比例之中率。卽員內所容十邊形之一邊甲己也。試作己戊線。截甲乙首率於丙。成甲己丙小三角形。與甲乙己大三角形同式。蓋二形同用一甲角。又小形之己角。與大形之乙角等。己角所對甲戊弧。爲乙角所對甲己弧之倍。凡界角對弧。大於心角對弧一倍者。界角與心角必等。詳三角法第四條。可相比例。

法爲甲乙首率。比己甲中率。若己甲中率。與甲丙末率。爲連比例三率也。小形己角。既與大形乙角等。



說見上條。蓋此條之甲乙丁。卽上條之乙甲己。此條之乙丁己。卽上條之己甲丙也。法以甲乙爲首率。乙

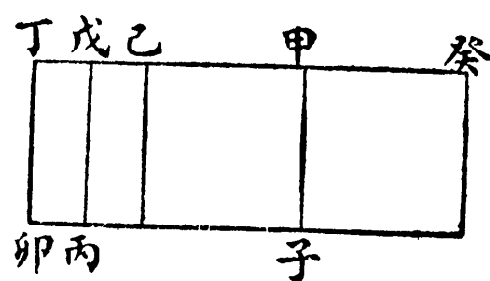
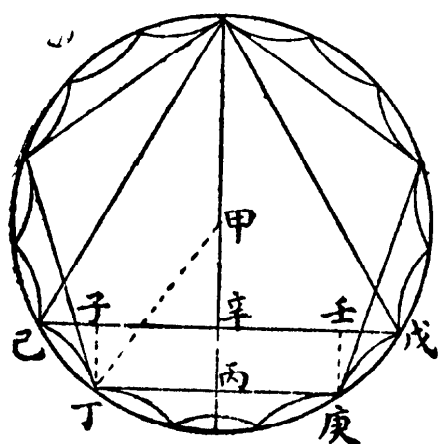


理分中末線法以半徑甲丁自乘爲長方。其長爲兩甲己中率一己丁末率。仍以半徑爲長闊之較依帶縱較數開方法算之得長折半。是止長一甲己中率半己丁末率也。得甲戊爲股以半徑甲乙爲弦股弦求得乙戊句倍之得乙丙卽所容五邊形之一邊也。如圖甲丁自乘爲癸卯長方丁己末率也己甲中率也甲癸亦中率也折半則止得一甲己中率己戊半末率。

⑥ 以容員十五邊形起算

法以半徑甲丁爲弦。以員容五邊形一邊之半丁丙爲句。求得甲丙股內減半徑之半甲辛。詳三角求外切員徑條餘辛丙卽壬庚。又爲股。以壬戌爲句。求得戊庚弦。卽所容十五邊形之一邊也。如圖作員容三邊形。又作員容五邊形。以三邊形一邊之弧分五分。或以五邊形一邊之弧分三分。卽得十五弧。其一弧之通弦。卽十五邊形之一邊也。如戊庚。故取戊庚。問壬戌之度何以取之。曰。以三邊形之戊己邊。與五邊形之丁庚邊相減。餘壬戌子己。折半得壬戌。

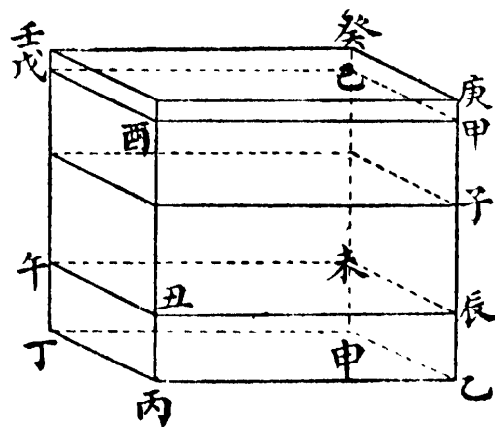
右西法六宗也。



新增四宗

①一以員容十八邊形起算。

此須先明按分作相連比例法。如以十尺爲首率。作相連比例四率。使一率四率相併。與二率三倍等。問各率若干。法以首率甲乙十尺。自乘得一百尺。再乘得一千尺。成平方爲實。又以一率十尺自乘得一百尺。三因之。得三百尺。成三平面積爲法。法除實得三尺。且分九百尺。餘一百尺留下。爲次率初位數。作圖明之。如圖。甲乙首率也。庚甲四率也。庚乙首率四率相併也。庚子子辰辰乙皆次率也。所謂首率四率相併。卽三個次率也。若知首率四率之數。則相併而三歸之。得次率矣。因止知首率。故用首率甲乙自乘再乘爲甲乙丙丁戊己立方體。較之三倍次率之庚乙。乘首率乙丙。同甲乙。幕所成之庚乙丙丁壬癸長立方。少一庚甲壬戌扁立方。此扁立方。乃首率自乘。又乘四率所成。依四率例。卽與次率自乘再乘之積等。如首率二。次率四。三率八。四率十六。得六十四。卽與第二率四自乘再乘等積也。若於首率自乘再乘數。加入次率自乘再乘數。卽如加此扁立方。而成庚乙丙丁壬癸長立方。於是以首率自乘之乙丁方面爲法除之。必得乙庚。爲三個次率之數。若三因方面爲法以除之。三因首率自乘一百尺是也。必得一個次



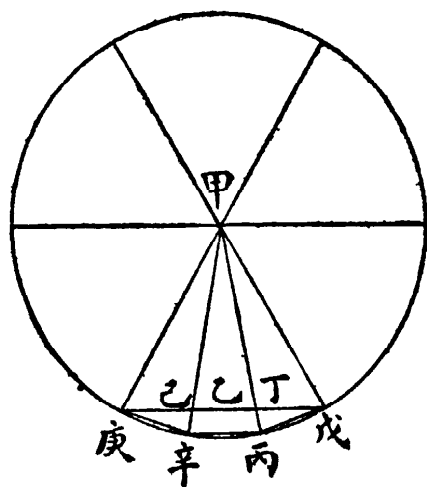
率如乙辰矣。然不知次率之數。則不能加。於是用益實歸除之法以求之。以次率初位數三尺。自乘再乘得二十七尺。加入原積一千尺。共一千零二十七尺。爲共實。上文云。若於首率自乘再乘數內。加次率自乘再乘數。即如加扁方成庚乙丙丁壬癸長立

方。故以次率初數自乘再乘加原積。按除法。以所得次率三尺。乘法三百尺。得九百尺。上文雖以三百尺除實一千尺。然止與共數相減。餘一百二十七尺。積九百尺得次率三尺。尚有餘積一百二十七尺。則次率不止三尺矣。爲第二位實。九百尺爲第一位三尺之實。一百二十七尺爲第二位四寸之實。

也。乃以三百尺除之。得次率第二位數四寸。合之首位所得三尺。共得次率三尺四寸。餘實未盡。尙須再求。以次率三尺四寸。自乘再乘得三十九尺三百零四寸。仍以益原實一千尺。得一千零三十九尺三百零四寸。爲共實。按除法。減首位所得三尺。與法三百尺相因之九百尺。又減次位所得四寸。與法三百尺相因之一百二十尺。餘十九尺三百零四寸。爲第三位實。以法三百尺除之。得六分。所餘太多。因益積。故取略大之數爲七分。合前兩位所得三尺四寸。共三尺四寸七分。又自乘再乘得四十一尺七百八十一寸九百二十三分。仍以益原實一千尺。得一千零四十一尺七百八十一寸九百二十三分。爲共實。按除法。減首位所得三尺。與法三百尺相因之九百尺。又減次位所得四寸。與法三百尺相因之一百二十尺。又減三位所得七分。與法三百尺相因之二十一尺。餘七百八十一寸九百二十三分。爲第四位實。以法三百尺除之。得二釐。合前三位所得三尺四寸七分。爲三尺四寸七分二釐。自乘再乘得四十一尺八百五十四寸二百一十分四十八釐。仍以益原實一千。得一千零四十一尺八

百五十四寸二百一十分四十八釐爲共實。按除法，減首位所得三尺與法三百尺相因之九百尺，又減次位所得四寸與法三百尺相因之一百二十尺，又減第三位所得七分與法三百尺相因之二十一尺，又減第四位所得二釐與法三百尺相因之六寸，餘二百五十四寸二百一十分四十八釐爲末位實。以法三百尺除之，得八毫，所餘亦太多，因益積，仍取略大之數，爲九毫，合前四位所得三尺四寸七分二釐，共三尺四寸七分二釐九毫，又自乘再乘得四十一尺八百八十六寸七百六十六分四百零二釐四百八十九毫，仍以益原積一千尺，得一千零四十一尺八百八十六寸七百六十六分四百零二釐四百八十九毫爲共實。按除法，減首位所得三尺與法相因之九百尺，又減次位所得四寸與法相因之一百二十尺，又減第三位所得七分與法相因之二十一尺，又減第四位所得二釐與法相因之六寸，又減第五位所得九毫與法相因之二寸七分，仍餘一十六寸七百六十六分四百零二釐四百八十九毫，爲數無多，不必再求，計共除得三尺四寸七分二釐九毫，爲相連比例之第二率實數也。以之自乘得一十二尺零六寸一十分三十四釐四十一毫，以首率之十尺除之，得一尺二寸零六釐一毫爲三率，以二率而三因之，得一十尺四寸一分八釐七毫，內減首率十尺，餘四寸一分八釐七毫爲四率。如以三率自乘，以二率除之，亦得四率也。明此，而員容十八邊形之每邊可求矣。如員徑二十尺，求內容十八邊形之每邊若干，法以員徑半之得十尺爲首率，自乘再乘得一千尺爲實，又以半

徑十尺自乘。三因之得三百尺爲法。按上益實歸除法算之。得次率三尺四寸七分二釐九毫。卽所容十八邊形之一邊也。爲十二度弧之通弦。如圖。甲戊丙三角形。戊丙乙三角形。丙丁乙三角形。按丙乙度徑平行。皆同式。蓋戊丙乙形之戊角。當庚丙弧。爲戊丙弧之倍。則戊丙乙形之戊角。必等甲戊丙形之甲角。又同用丙角。則兩形必等。詳上員容十邊條又丙丁乙形之丁丙線。與甲辛半徑平行。則丙丁乙之丙角。與甲丙辛形之甲角。爲相對錯角。亦必等。甲丙辛甲角。甲戊丙甲角。卽又與戊丙乙形同用乙角。是此三形之各角互相等。故爲同式也。則可相爲比例。故甲戊與戊丙之比。同於戊丙與丙乙之比。戊丙與丙乙之比。又同於丙乙與乙丁之比。爲相連比例四率。而甲戊爲首率。戊丙爲次率。丙乙爲三率。乙丁爲四率也。又戊庚爲六十度之通弦。與甲戊首率等。而戊乙。丁己。庚三段皆與戊丙次率等。是戊庚首率中有戊丙二率之三倍。而少一丁乙四率也。必以戊庚首率與丁乙四率相併。方與戊丙二率之三倍等。故用連比例四率。有首率求次率法算之。得次率戊丙。爲十八邊形之一邊也。

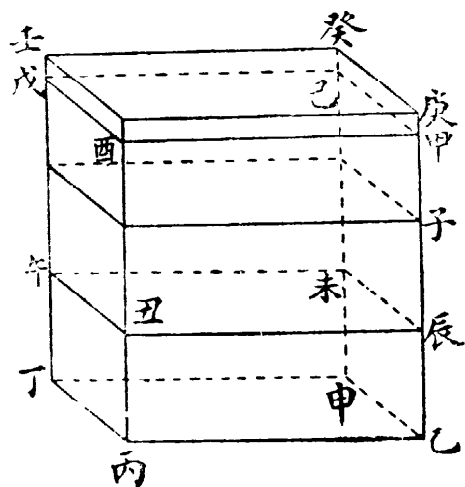
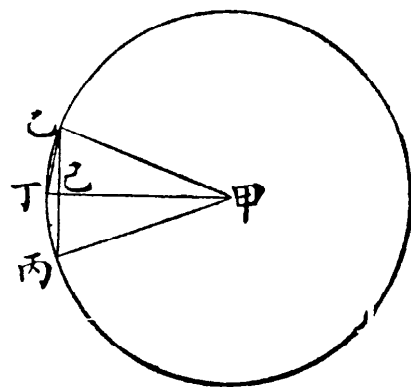


①一以員容九邊形起算。

法以半徑甲丁爲底。以半徑甲乙與所容十八邊形之一邊乙丁。爲兩腰。用三角形求中垂線法。求得中垂線乙己。倍之得乙丙。卽所容九邊形之一邊。

②一以員容十四邊形起算。

此須明按分作相連比例四率又法。如以十尺爲首率。作連比例四率。欲使首率四率相加。與兩個次率一個三率數等。問各率數。法以一率十尺自乘再乘得一千尺爲實。又以一率十尺自乘得一百尺。二因之得二百尺爲法。以除實得次率泛數五尺。因減實大於益實。故取略小之數四尺爲次率初位數。如圖甲乙首率也。庚子子辰皆次率也。辰乙三率也。庚甲四率也。庚乙爲一率四率之共數。亦爲二個次率一個三率之共數也。甲乙丙丁戊己。首率自乘再乘正立方體也。庚乙丙丁壬癸。兩個次率加一個三率。與首率面積相乘長立方體也。正立方體。比長立方體。少一庚甲酉戌壬癸扁方。乃首率自乘乘四率之



體積與次率自乘再乘之積等。又首率所成正方體。比兩個次率乘首率面積之甲辰丑午戊己之扁方體多一辰乙丙丁午未扁方體。乃首率自乘乘三率之體積。與次率自乘乘首率之積等。如首率二
·三率八·末率十六·以首率二自乘得四·以乘三率·得三十二·與次率四自乘得十六·以乘首率二得三十二·等也·然則於首率自乘再乘之正方體。加入次率自乘再乘之數。而減去次率自乘乘首率之數。即如於甲乙丙丁戊己正方體。如庚甲酉戊壬癸扁方體。而減辰乙丙丁午未扁方體。成一庚辰丑午壬癸扁方體。而以首率自乘面積為法除之。必得庚辰為兩個次率共數。若二因其法以除之。必得子辰。為一個次率之數矣。今不知加減。止二因其法以除原積。則所得四尺。乃次率之泛數。而非定數可知。故用益積減積之法。以次率泛數四尺自乘再乘得六十四尺。以益原實一千尺。共一千零六十四尺。為益實。復以次率四尺自乘得十六尺。與首率十尺相乘得一百六十尺。於益實內減之。餘九百零四尺。為正實。按除法。以所得四尺與法二百尺相因。得八百尺。本以法二百除一千·得五百尺·而止取四尺·是止分去八百尺也·與正實相減。餘一百零四尺。為第二位實。以法之二百尺除之。得五寸。仍取略小之數為四寸。合之首位所得四尺。共得四尺四寸。自乘再乘得八十五尺一百八十四寸。以益原實一千尺。得一千零八十五尺一百八十四寸。為益實。復以所得四尺四寸自乘得一十九尺三十六寸。以乘首率十尺。得一百九十三尺六百寸。於益實內減之。餘八百九十一尺五百八十四寸。為正實。按除法。減首位所得四尺與法相因之八百尺。又減次位所得四寸與法二百尺相因之八十

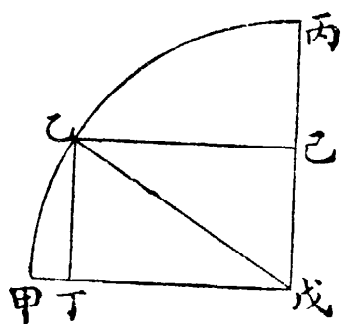
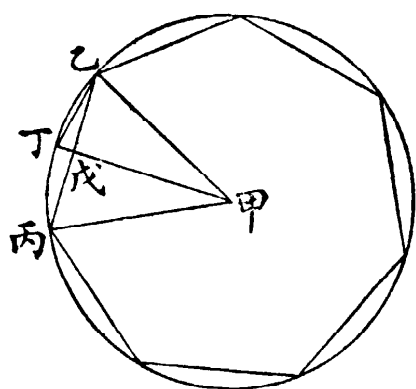
加三率與首率相減。餘得四率八寸八分一釐四毫。明此而員容十四邊形之每邊。可照前法。以員半徑十尺爲首率。自乘再乘得一千尺爲實。又以半徑自乘倍之。得二百尺爲法。次第除得次率四尺四寸五分零四毫。卽所容十四邊形之一邊也。如圖。甲戊丙三角形。戊丙乙三角形。乙丁丙三角形。俱同式。註詳員容十八邊條。故可比例。法以甲戊卽甲丙爲首率。戊丙爲次率。丙乙爲三率。乙丁爲四率也。又按戊乙度。作乙壬線。與丁丙平行。又自壬作壬子線。與戊丙平行。復自壬作壬丑線。與戊乙平行。則又成甲壬子。及乙壬丑兩三角形。並與戊丙乙形同式。其甲子與乙丑。皆與戊丙同爲次率。而丑子又卽丁乙四率。是甲丙首率內。有一個三率。乙丙兩個次率。甲子乙丑。而少一個四率也。丑子。故必以首末率相加。方與兩個次率一個三率等也。

④ 一以員容七邊形起算。

法以半徑甲丁爲底。又以半徑甲乙。與所容十四邊形之一邊乙丁爲兩腰。用三角求中垂線法。求得中垂線乙戊。倍之得乙丙。卽所容七邊形之一邊也。

三要法

① 一有正弦求餘弦。



如乙丁爲乙甲弧之正弦。則乙己爲餘弦。法以乙丁爲句。乙戊半徑爲弦。句弦求得丁戊股。卽乙己也。乙己在乙甲弧爲餘弦。而在丙乙弧則爲正弦矣。

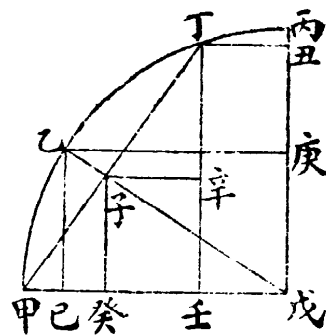
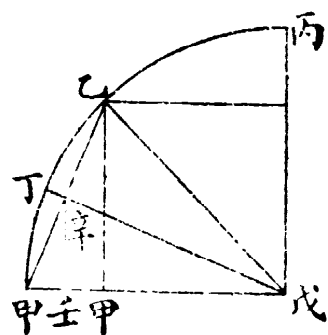
如甲乙弧三十六度倍之爲丁甲弧七十二度。求倍弧正弦丁壬法。以半徑乙戊爲一率。乙甲弧正弦

壬倍得丁壬。蓋子甲爲丁甲之半。故辛壬爲丁壬之半。卽倍弧之正弦也。如求倍弧餘弦丁丑。

比甲癸句也。乙己爲中率。故自乘。○按戊乙已大句股。與子甲癸小句股同式。故可相比。倍之得甲壬。於半徑甲戊內

③ 一有本弧正餘弦。求半弧之正餘弦。

法以本弧正弦乙己爲股。本弧餘弦己戊與半徑相減。餘甲己爲句。求得乙甲弦。折半得乙辛。卽乙丁半弧之正弦也。又法以甲己折半得甲壬爲末率。以半徑爲首率。相乘開方卽得中率辛甲爲半弧正弦。蓋戊辛甲句股形與辛壬甲形同式。故可相比。法爲甲戊弦比辛甲句。若辛



甲弦比甲壬句。是辛甲乃中率。中率自乘之數。與首末率相乘數同。故以首末率相乘。而開方以得中率也。

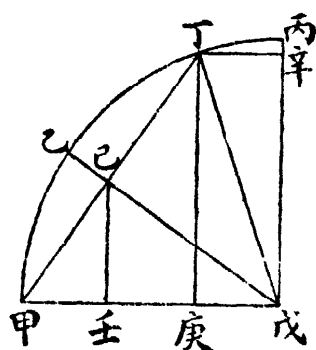
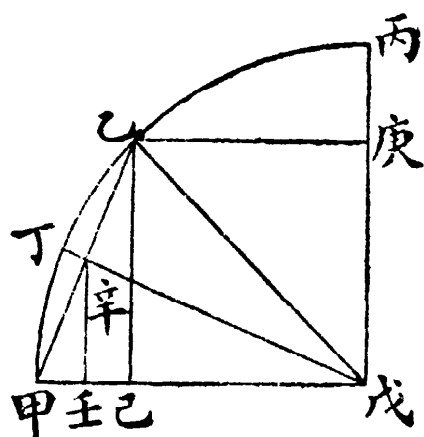
新增三法

① 一有本弧之餘弦。求倍弧之餘弦。

法以本弧餘弦自乘。以半徑除之。得數與本徑相減。餘倍之。仍與本徑相減。餘卽倍弧餘弦。如圖。丁己本弧。丁乙 正弦也。己戊其餘弦也。丁庚倍弧。丁甲 正弦也。丁辛卽庚戊其餘弦也。而甲己戊大句股形。與己壬戊小形同式。可相比例。其大形戊甲弦與戊己股之比。若小形戊己弦與戊壬股之比。是戊己爲中率。中率自乘。以首率戊甲除之。必得末率戊壬。旣得壬戊。與半徑相減。得壬甲。倍之。得庚甲。與半徑相減。餘戊庚。卽丁辛也。

③ 一有本弧餘弦。求半弧餘弦。

法以本弧餘弦戊己與半徑戊甲相減餘己甲折半得己壬與本弧餘弦戊己相加得戊壬與半徑戊甲相乘開方得戊辛卽半弧乙丁餘弦



也。蓋甲辛戊大句股形。與辛壬戌小形同式。其大形戊甲弦。比辛戊股。若小形辛戊弦。比戊壬股。是辛戊爲中率。首末率相乘。與中率自乘同積。故以首率甲戊。乘末率戊壬。開得戊辛也。

③一有本弧正弦。求其三分一弧之正弦。

法照六宗員容十八邊形起算條。按分連比例法。以乙甲三十六度弧正弦丁甲。倍得己甲。爲己乙甲七十二度弧之通弦。乃以半徑自乘。爲平方面積。與七十二度弧之通弦甲己。如高相乘。爲長立方體。爲

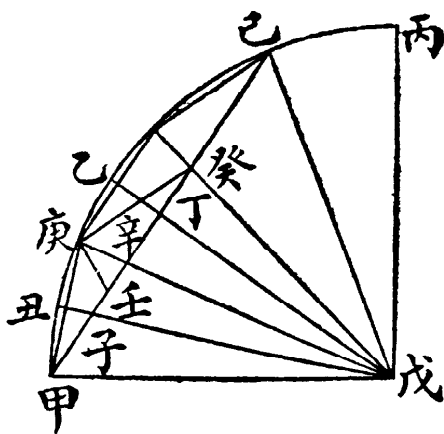
實。又以半徑自乘。三因得數爲法。按益實歸除法。除實得次率庚甲。爲庚丑甲二十四度弧之通弦。折半爲十二度弧之正弦。十二度爲三十六度三分之一。如圖。戊甲庚三角形。甲庚辛三角形。庚辛壬三角形。皆

同式可相比例。故戊甲爲首率。甲庚爲次率。庚辛爲三率。辛壬爲

四率也。今甲己通弦內。有三個甲庚次率。而少一個辛壬四率。蓋己癸。癸壬。辛甲。三段。皆與甲庚次率等。而癸壬辛甲二段內。卻重辛壬一小段。

是甲己通弦內。有三個次率。而少一辛壬四率也。若以甲己通弦爲高。與首率半徑面積相乘。成長立方體。比三個次率爲高。得

首率半徑面積相乘。所成之長立方體。必少一扁方體。乃四率爲高。乘首率半徑面積所成者。此扁方體。與次率自乘再乘之正方體積等。故用益積歸除法。求得次率庚甲也。詳六宗員容十八邊形起算



條。

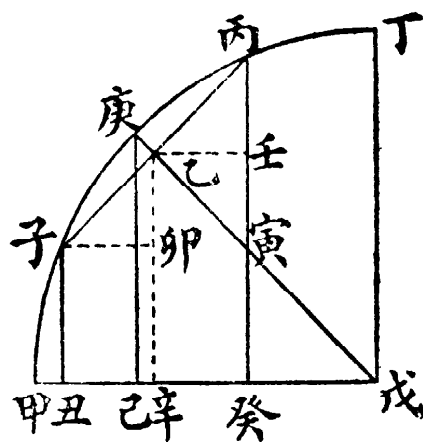
二簡法

①一爲有兩弧之正餘弦。求兩弧相加相減弧之正弦。如四十五度正
弦七寸零七釐一毫零六七八一八六。餘弦數同。又有二十四度
正弦四寸零六釐七毫三絲六六四二零七五。餘弦九寸一分三釐
五毫四絲五四五七六四二。求兩弧相加六十九度之正弦。及兩弧
相減二十一度之正弦。

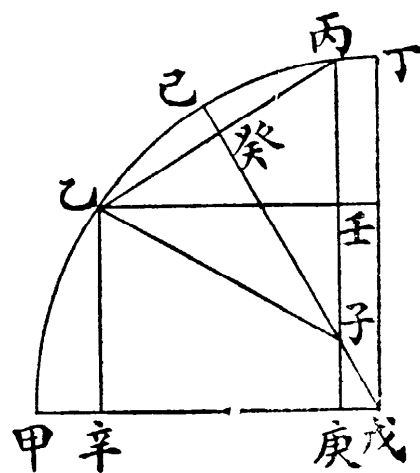
法以半徑庚戌爲一率。庚甲四十五度正弦庚己爲二率。庚子二十
四度餘弦乙戌爲三率。求得四率乙辛。與壬癸等。又以半徑庚戌爲
一率。四十五度餘弦己戌爲二率。二十四度正弦丙乙爲三率。求得

四率丙壬。乃以兩四率。丙壬與壬癸相加。得丙癸。爲丙甲六十九度正弦。若兩四率。乙辛與乙卯。
丙壬。固
相等也。相減餘卯辛。卽子丑。則爲乙甲二十一度正弦也。
寅卽壬
寅與

②一爲有距六十度前後相等弧之正弦。求距六十度弧之正弦。如有丙甲八十四度弧正弦。丙庚。及乙
甲三十六度弧正弦乙辛。二弧距己甲六十度弧皆二十四度。求所距二十四度之正弦法。以丙甲弧



正弦丙庚內減乙甲三十六度正弦乙辛卽壬庚餘丙壬同丙
 癸卽丙己距弧二十四度之正弦也問丙壬何以同丙癸曰試
 作乙丙通弦線丙乙四十八度通弦之卽二十四度正弦又作己戊半徑線成丙子
 癸句股形其子角必三十度蓋己戊甲之戊角六十度己甲六十度也
 則丁戊己之戊角必三十度丁己爲己甲餘弧而丙子與丁戊平行則丙
 子己之子角與丁戊己之戊角必同爲三十度也丙子癸句股
 形除癸正角九十度子角三十度則所餘丙角必六十度而乙



丙壬句股形內除壬正角九十度丙角六十度則所餘乙角必三十度兩句股形三角相等則三邊必
 等故丙壬爲丙子之半同於丙癸爲丙乙之半也有此法則凡有六十度以前各弧猶云未及六十度之弧之正弦
如乙辛卽壬庚又有距弧之正弦如丙癸卽丙壬二者相加可得六十度以後各弧猶云過於六十度之弧之正弦如相加得丙庚若有六
 十度以後各弧之正弦及距弧之正弦二者相減可得六十度以前各弧之正弦矣

八線相求法

法以半徑甲丙減同餘弦得正矢若以半徑丙丁減同正弦得餘矢以同餘弦比正弦若半徑丙甲
 與正切以同餘弦比半徑乙丙若半徑丙甲與正割壬丙以同正弦比餘弦若半徑丁丙與餘切以同

又凡有本弧之正切正割相減即得半餘弧之正切。若有本弧之正割及半餘弧之正切相減即得本弧之正切矣。

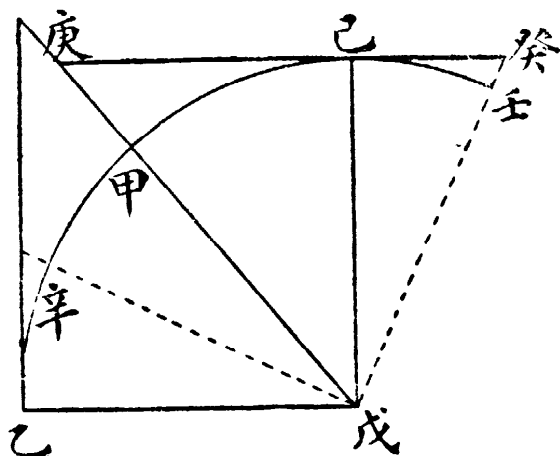
又餘切求餘割捷法。

法以甲乙弧四十八度折半得辛乙移爲己壬二十四度以二十四度正切己癸與本弧餘切己庚相加成庚癸即與本弧餘割庚戌等也。蓋庚己戌句股形己正角戊角四十二度。所對己甲弧乃四十二度也二角併得一百三十二度於一百八十度內減之餘得庚角四十八度。今以甲己四十二度加己癸二十四度成戊庚癸形戊角六十六度而此形庚角既爲四十八度合戊庚二角共一百一十四度於一百八十度內減之所餘癸角亦六十六度是戊癸二角等也則其庚癸庚戌兩邊亦必等矣故庚癸即庚戌也。

求象限內各線總法

六宗併新增十八邊及九邊形之每邊各半之得八弧之正弦用要法之一各求其餘弦次取十二度。十五邊之半用要法之三。求半弧法折半

四次得六度三度一度半及四十五分之正弦。一度半共九十分折半爲四十五分復用新增法求其三分之一得十五分



之正弦。四十五分三復求得其三分之一。即得五分之正弦。既得五分之正弦。乃用簡法之一。求六十度
以內之正弦。如五分與十五分相加得二十分。正。若相減則得十分。正。每越五分而得一弦。可得七百二十。六十度共三千六百分。逢五又
用簡法之二。有此法云云。求六十度以外之正弦。亦越五分而得一弦。又得三百六十。六十度外尚有三十度。計一千八百分。逢五而
一。故得三百六十。共得一千零八十八。已居全表五分之一。一象限計五千四百分。故一再以五分之弦。用要法之三
半之得二分三十秒之弦。復用新增法。求其三分之一。得五十秒之弦。乃以五十秒之弧爲一率。五十
秒之弦爲二率。一分之弧化六十秒爲三率。求得四率。爲一分之弦。既得
一分之弦。即用簡法之一之二。錯綜加減之。則每度每分之正弦俱得。而
用八線相求法。以求諸線皆得矣。

三角法

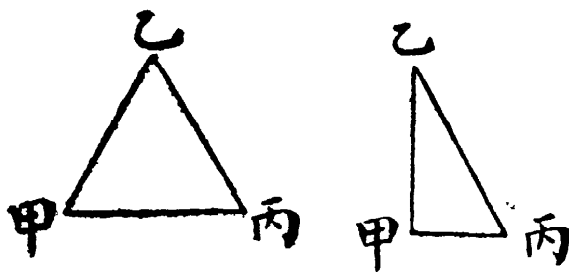
其形有三。

一曰直角形。

甲爲直角。中矩。即句股形也。

一曰銳角形。

三角俱銳者也。



一曰鈍角形。

乙爲鈍角也。

凡直角適足九十度。銳角則不足九十度。鈍角則過於九十度。如下圖。

如丙乙己角。凡稱角者。以三字中一字爲所指之角。此言丙乙己。乙字居中是指乙角言也。後倣此。所對丙己弧得全員

四分之一。足一象限九十度。故爲直角。全員如太極。三百六十度。以戊己丙丁十字徑。分爲四分。各九十度。如太極

之分爲四象。故名象限。又如甲乙丙角。所對甲丙弧。不滿一象限。

故爲銳角。又如甲乙丁角。所對甲戊丁弧。過於一象限。

故名鈍角。蓋角度。皆以所對弧度之大小命之也。

有角卽有所對之弧。而八線生。

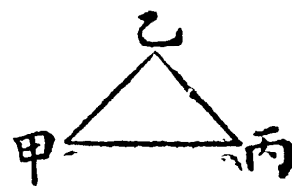
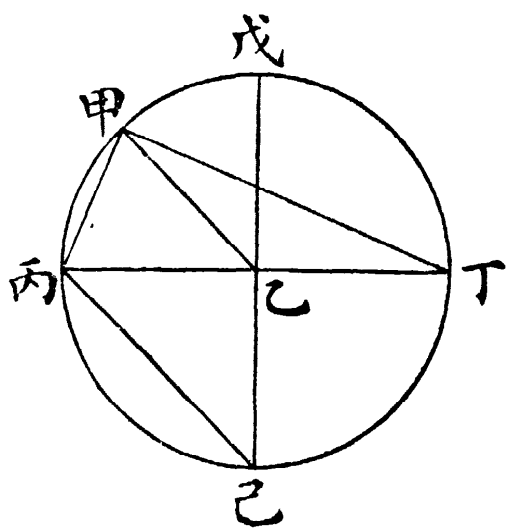
如甲乙丙角。所對甲丙弧。則有甲辛正絃線。甲己餘絃

線。弧弓也。弦弓弦也。如倍甲丙弧。爲甲丙丁弧。如弓。則亦

線。倍甲辛爲甲辛丁。如弦。今弧止用甲丙一半。則弦亦止用

甲辛一半。倍者弦名通弦。半者庚丙正切線。癸壬餘切線。

弦名正弦。正對餘言也。詳下。庚乙正割線。壬乙餘割線。割分也。



線。癸己餘矢線。如弓之有矢。是爲八線。而正餘之名。則從所用之角與弧命爲正。其餘角餘弧命爲餘也。如用甲乙丙角。則甲丙弧爲正弧。而正弦爲甲辛。正矢爲丙辛。正切爲庚丙。正割爲庚乙。既用甲乙丙角。則甲乙癸角。是爲不用之餘角。其甲癸弧爲餘弧。甲己弦爲餘弦。癸己矢爲餘矢。乙壬爲餘割也。然用此爲正。而以彼爲餘。若用彼爲正。則又以此爲餘矣。

八線皆成句股。而可比例以相求。甲辛正弦爲股。乙辛餘弦爲句。

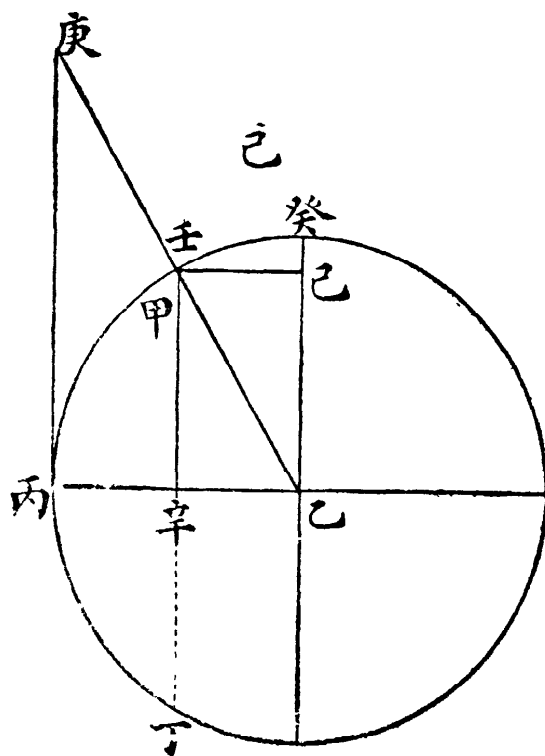
甲乙半徑爲弦。一小句股也。庚丙正切爲股。乙丙半徑爲句。庚乙正割爲弦。一大句股也。己乙正弦爲股。

己甲餘弦爲句。甲乙半徑爲弦。又一小句股也。癸乙半徑爲股。癸壬餘切爲句。壬乙餘割爲弦。比例之法。以三率

又一大句股也。大小句股皆同式。固可互相比例。而凡同式之句股形。不論大小。均可例求矣。比例之法。以三率求一率。故三角形有三角度。有三邊丈尺。共六件。但知三件。即可求其餘。或知二角一邊。或知一角二邊。或知三角。皆可。惟止知三角。不知邊。則無實數。然其中有邊角不對。難以爲例者。如兩角一邊。而邊在兩角之中。或兩邊一角。而角在兩邊之中。則邊角不對。須先求角。而知

兩角。必知餘一角。是知兩角一邊。即知三角一邊也。又知一角兩邊者。亦可用總較法。詳下第 三條。求餘角。是知兩角兩邊也。既知四件。則邊角無不對。可求其餘矣。又知三邊者。則用垂線分形法。詳下第 七條。或用

三邊之方面。按法比例。詳下第 八條。而角可求矣。所謂知兩角即知餘角者。蓋合三角之度。必與兩直角等



詳下第 八條

而角可求矣。所謂知兩角即知餘角者。蓋合三角之度。必與兩直角等

詳下第 三條

求餘角

詳下第 七條

或用

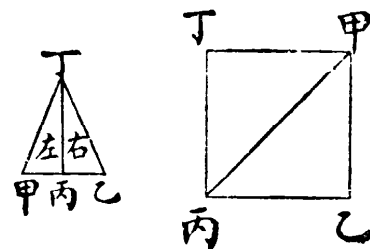
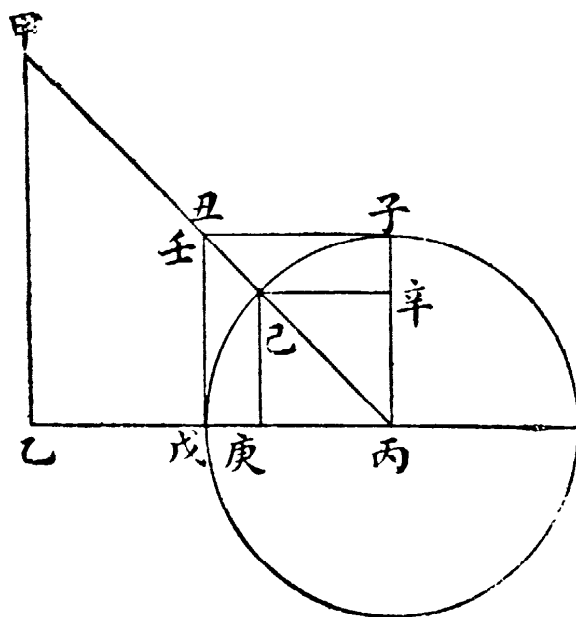
也。以句股言之。句股得直方之半。直方形爲直角者四。半之非得兩直角乎。
甲丙兩直角。取其一一。乙丁兩直角。取其一一。又以銳角形考之。於甲乙丁銳角形內。作丁丙垂線。分爲左右兩句股。準上論右形合丁乙二角等一直角。則左形亦必合丁甲二角等一直角矣。故三角形知二角度。於半周兩直角一百八十度內減之。得餘角度也。

句股形

兩角一邊求餘角餘邊例

⊙如甲乙丙句股形。有乙直角。有丙角五十七度。有丙乙邊五丈。求甲角及甲乙邊。

法先求甲角。以丙角度與一象限相減。餘得甲角三十三度。次求甲乙邊。以甲角爲對所知乙邊。所知謂丙乙邊。之角。其正弦辛己。乙甲丙與庚己丙同式。庚己丙又與己丙辛亥錯同式。故己丙辛亥角正弦。即甲角正弦。五萬四千四百六十四。即丙角餘弦丙庚爲一率。丙角爲對所求之角。所求謂甲乙。其正弦己庚。即甲角餘弦辛亥丙。八萬三千八百六十七。爲



二率丙乙邊五丈爲三率求得四率七丈六尺九寸九分三釐零即所求甲乙邊也又可變用丙戊半徑十萬爲一率壬戌切線爲二率

一 己辛即丙 正弦 變用 丙戊半徑

二 己庚正弦 變用 壬戌正切

三 丙乙邊

四 甲乙邊

兩邊一角求餘角餘邊例

○如前形止有乙直角及丙乙甲丙二邊求餘角餘邊此邊角相對者

求甲角

一 甲丙邊

二 丙乙邊

三 己丙乙角正即半徑弦

四 辛己甲角正即丙弦

求丙角

一丙乙邊。

二甲丙邊。

三戊丙乙角正弦。徑即半

四壬丙丙角正割。

求甲乙邊

一甲角正弦丙庚。

二丙角正弦己庚。

三丙乙邊。

四甲乙邊。

③如前形止有乙直角及甲乙乙丙兩邊求餘角餘邊。此邊角不對者。

求甲角

一甲乙邊。

二乙丙邊。

三子丙半徑。

四 子丑。甲角正切。

求丙角

一 乙丙邊。

二 甲乙邊。

三 丙戊半徑。

四 壬戌。丙角正切。

求甲丙邊 借上圖

一 子丙。乙角正弦。即半徑。

二 丑丙。甲角正割。

三 甲乙邊。

四 甲丙邊。

又法。銳鈍同術。

一 兩邊之和。五十四丈六尺四寸一分。甲乙邊二十丈。乙丙邊三十丈六尺四寸一分所併。

二 兩邊之較。十四丈六尺四寸一分。

三 半外角切線十萬。

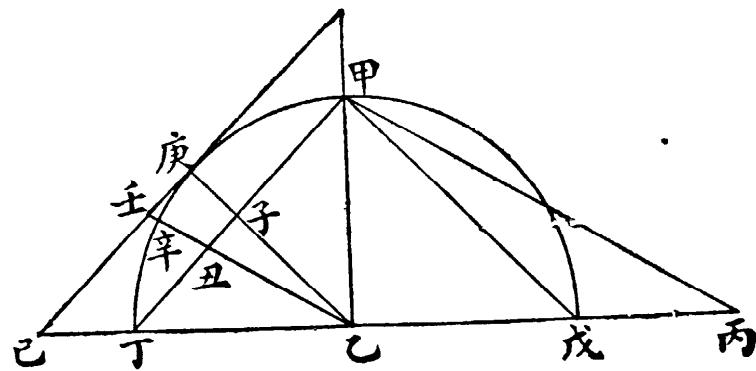
四 半較角切線。二萬六七九四八。檢表得半較角度。以加半外角。得甲角度。若相減則得兩角度。

甲乙乙丁乙戊。皆半徑相等也。故丁丙爲甲乙乙丙兩邊之總。而丙戊爲兩邊之較。

解曰。凡有兩邊一角求餘角者。以對所知之邊爲一率。對所求之邊爲二率。對所知之角爲三率。以例四率。得所求之角。今甲丙二角俱不知。是無三率也。然甲丙二角雖不可知。而乙角之外角甲乙丁則可知。半於

周減內角。而外角兼有甲丙二角之度。內外二乙角。合成半周。兼兩象限。餘爲外角。而外乙角爲內乙角之減餘。又凡三
 角形。合三角度。得兩象限。是甲丙二角亦乙角之減餘。彼此均爲乙角減餘。則其度必等。故乙外角。兼有甲丙二角度也。設甲丙二角度等。如作甲戊線。改甲乙丙形。爲甲乙戊形。則甲戊二角必等。則平分外角爲兩半。作乙庚線。平分之。一爲庚乙甲角。一爲庚乙丙角。每一半與一角等。知半外角。則知一角。

矣。丁乙庚等乙戊甲。庚乙甲等乙甲。然甲丙二角。其度不等。甲角較丙角爲大。則外角須分爲一大一小。以相擬。作乙辛線與甲丙平行。分外角爲辛乙甲。而求其大小之較。大小之較。辛乙庚也。而乙辛與甲丙。乙庚與甲戊。小角不及一半。得大小之較。而大小可知。於甲乙庚半外角。加較。得甲大角於庚乙丁半外角。減較。得丙小角。故以半外角切線庚己爲三



率以半較角切線庚壬爲四率以與一率兩邊之和丁丙二率兩邊之較丙戊相比也。甲丙丁三角形以丙丁比丙戊若子丁與丁丑全邊比半邊也而子丁爲半外角正弦庚己爲半外角正切正弦與正切相應故轉爲以丙丁比丙戊若庚己與庚壬

次求甲丙邊。照第一條法

銳鈍形。銳角鈍角大同小異故併爲一

兩角一邊求餘角餘邊例

④如甲乙丙銳角形知乙角六十度丙角四十六度乙丙邊三十二丈求餘角餘邊

法先求甲角併乙丙二角得一百零六度與半周一百八十度相減得甲角七十度次照第一條法

求甲丙邊

一 丙己甲角正弦

二 丙庚乙角正弦

三 乙丙邊

四 甲丙邊

求甲乙邊

一 己乙甲角正弦

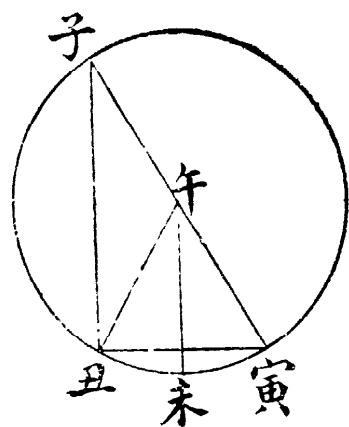
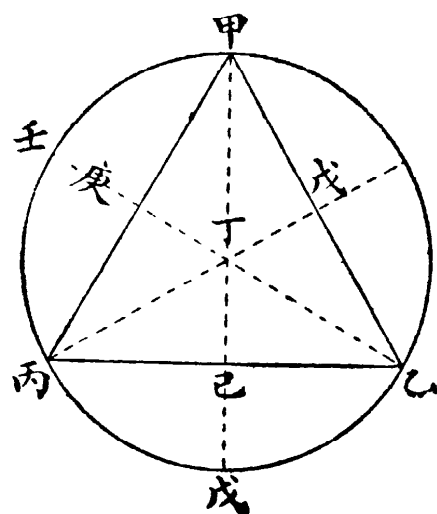
二 乙戊丙角正弦。

三 丙乙邊。

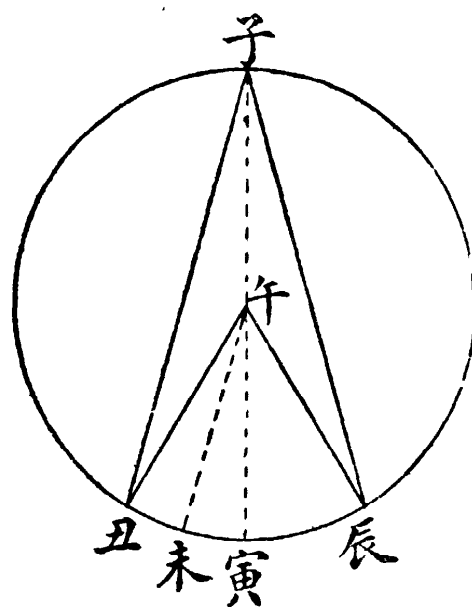
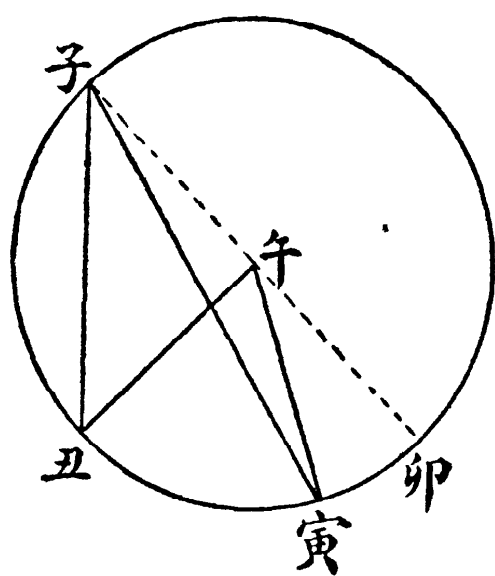
四 甲乙邊。

問丙己何以爲甲角正弦。丙庚何以爲乙角正弦。曰。甲角。卽丙丁戊角也。故丙丁戊角之正弦。丙己。卽甲角之正弦。又乙角。卽壬丁丙角也。故壬丁丙角之正弦。丙庚。卽乙角之正弦。何也。凡界角爲心角之半。甲乙丙形。三角皆切員界。是名界角。若於員心丁。作丁丙丁乙丁甲三線。卽成甲丁丙。丙丁乙。乙丁甲。三三角形。此三三角。各以丁角居員心。是名心角。心角之度。必大於所戴界角之度一倍。試爲圖明之。

丑午寅心角。必大於丑子寅界角一倍。試作午未線。與子丑平行。而平分丑寅弧爲二。亦平分丑午寅心角爲二。其一丑午未。其一未午寅。並與丑子寅等。何者。午未與子丑平行。子寅又同爲一徑線。則二形之爲同式可知也。未午寅心角。所對寅未弧。



非卽丑子寅界角所對弧度乎。故丑子寅界角度止得丑午寅心角所對寅丑弧度之半也。又如下圖。丑午辰心角必大於丑子辰界角一倍。試作子午寅線。平分界角心角各爲二。照上圖論。則丑午寅半心角必大於丑子寅半界角一倍。則寅午辰半心角亦必大於寅子辰半界角一倍矣。又如下圖。丑午寅心角必大於丑子寅界角一倍。試作子午卯徑線。增丑子寅界角爲丑子卯界角。亦增丑午寅心角爲丑午卯心角。照上圖論。則所增心角必大於所增界角一倍。而原心角亦必大於原界角一倍。可知矣。然則甲乙丙銳角形。各邊折半。皆其所對角之正弦。無疑矣。故求甲丙邊者。以甲角正弦己丙。比乙角正弦丙庚。若乙丙邊與甲丙邊。而求甲乙邊者。以甲角正弦己乙。比丙角正弦乙戊。若丙乙邊與甲乙邊也。蓋角大者



其對邊大。正弦亦大。角小者其對邊小。正弦亦小。可相比例矣。

問各角正弦與各邊不平行。何以能相為比例。曰。此易知也。試以甲乙小邊為

半徑。作甲丁。為乙角正弦。以邊為半徑取正弦。故又截甲丙中邊於己。取己丙如甲

乙半徑度。作己戊。為丙角正弦。正弦乃半徑所生。故又截甲丙中邊於己。取己丙如甲

所對甲丙邊亦大。其正弦甲丁亦大。丙角小。所對甲乙邊亦小。其正弦己戊亦

小。而正弦如句股形之股。邊如句股形之弦。甲丁大股。甲丙邊大弦。己戊小股。己丙即甲乙邊小弦也。故股與股

之比。若弦與弦之比。故雖斜。弦斜。正。股正。不平行。

而能相為比例耳。

又法。如甲乙丙形有乙角六十度。丙角四十六度。

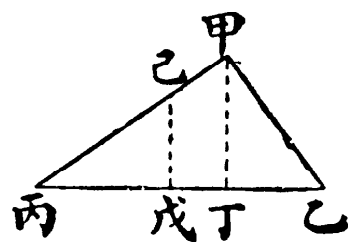
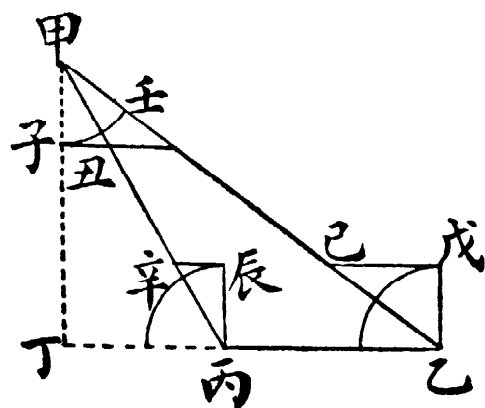
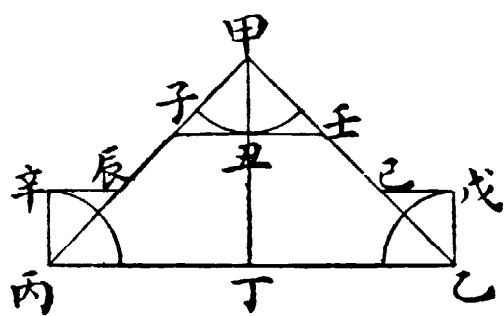
乙丙邊三十二丈。求甲乙邊。法以乙角餘切戊己。

即壬丑。加丙角餘切辛辰。即子丑。成壬子。為一率。

乙角之餘割己乙。即甲壬。為二率。乙丙邊為三率。

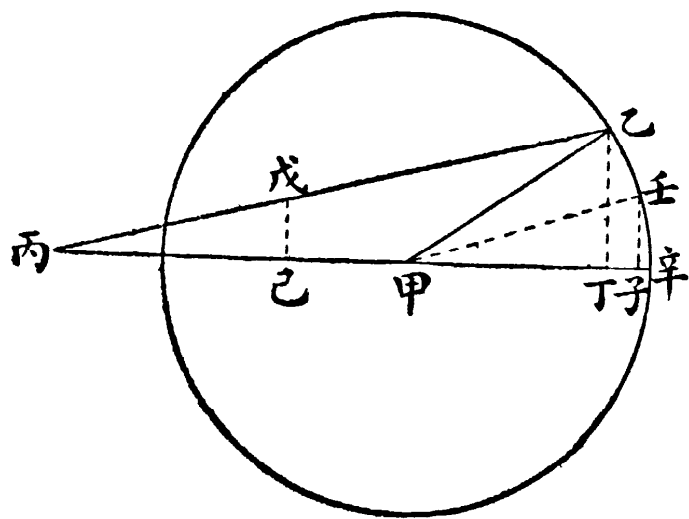
求得四率甲乙邊。法為壬子比壬甲。若丙乙比乙

甲也。若鈍角。則以乙角餘切戊己。即子壬。與丙



外角餘切辛辰。卽子丑相減餘壬丑爲一率。乙角餘割己乙。卽甲壬爲二率。乙丙邊爲三率。求得四率。
甲乙

⑤如甲乙丙鈍角形。知乙角二十四度。丙角三十六度半。乙丙邊七十九丈零一寸。求餘角餘邊。
依法先求甲角。次求甲乙邊。照例當以甲鈍角之正弦。比丙角之正弦。若乙丙邊比甲乙邊。而鈍角過於九十度。則無正弦。反以外角之正弦爲正弦。法以甲外角之正弦爲一率。乙甲丙鈍角形。乙甲辛其外角也。外角之正弦乙丁。亦卽甲鈍角之正弦。又截丙戊如乙甲。作戊己爲丙角之正弦。可見甲角大。則其對邊乙丙亦大。正弦乙丁亦大。丙角小。則其對邊乙甲。卽戊丙亦小。戊己正弦亦小。故以乙丁比戊己。若乙丙比乙甲也。或疑鈍角之度益大。其正弦反漸小。而其所對之邊則漸大。何以能相爲比例。不知外角原兼有餘兩銳角。乙丙之度。而鈍角之正弦。必大於餘兩銳角之正弦。故得爲大邊之比例也。試於下圖。作甲壬線。與丙乙平行。則壬甲子句股之甲角。與乙丙丁句股之丙角。必同度。爲其句既同用一丙辛徑線。而弦又平行。故角



度同也。又壬甲乙角。即乙銳角度。爲其爲交錯之角。亦度相等也。見幾何原本。壬甲子角。既同丙角。則於壬甲子作壬子正弦。必同於戊己。而小於乙丁。可見矣。

兩邊一角求餘角餘邊例

⊗如甲乙丙鈍角形。知乙角一百一十度。甲乙邊二十二丈五尺五寸。甲丙邊三十二丈三尺四寸。求餘邊角。求丙角。

一 甲丙邊。

二 乙角正弦。

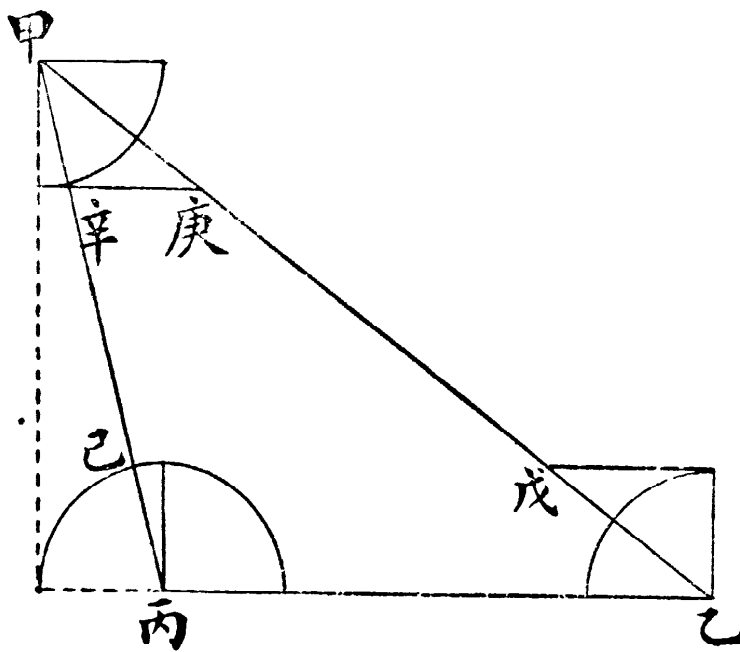
三 甲乙邊。

四 丙角正弦。

求甲角。合乙丙二角度。以減半周。餘爲甲角。

求乙丙邊。可用二角一邊例求之。

又法。有丙角。甲乙邊。甲丙邊。求甲角。法以甲丙邊爲一率。甲乙邊爲二率。丙外角之餘割己丙。即甲丁丙形。甲角之正割甲辛。爲三率。乙角之餘割戊乙。即甲丁乙形。甲角之正割甲



庚。故甲丙比甲乙。若甲辛比甲庚也。

⑦如甲乙丙銳角形。知甲角六十度。甲乙邊四十丈。甲丙邊二十六丈一尺零八分。

求餘角餘邊。

先求乙丙二角。用總較法。

一 丙邊之和

二 丙邊之較

三 半外角切線

四 半較角切線

檢表得半較角二十度。與半外角相減。得乙角度。於半周內減甲乙二角。餘

八十度。爲丙角。得乙角可求乙丙邊矣。

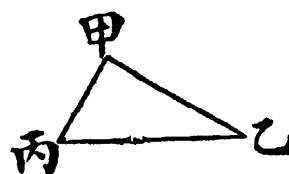
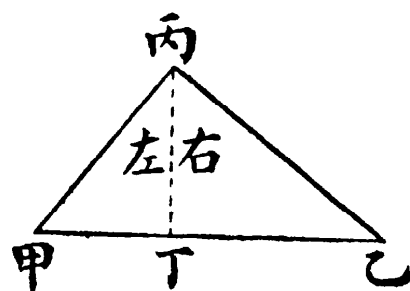
又法。作垂線。分爲兩句股算之。

作甲丁垂線。分左右兩句股形。先求垂線法。用左形。爲以丁直角正弦。

徑即半

比甲丙邊。若甲角正弦。比丙丁垂線也。

一 丁角正弦



二 甲丙邊

三 甲角正弦

四 丙丁垂線

次求甲丁分邊

一 丁角正弦

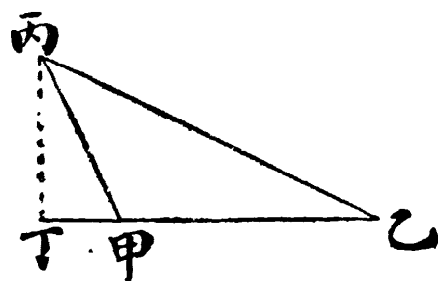
二 甲丙邊

三 丙分角正弦 合丁甲二角度以減半周得丙分角

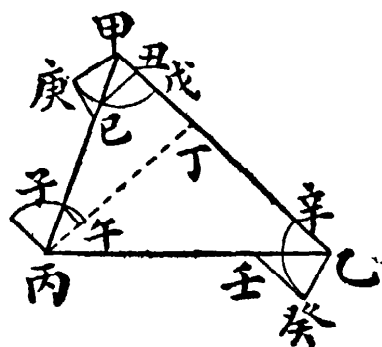
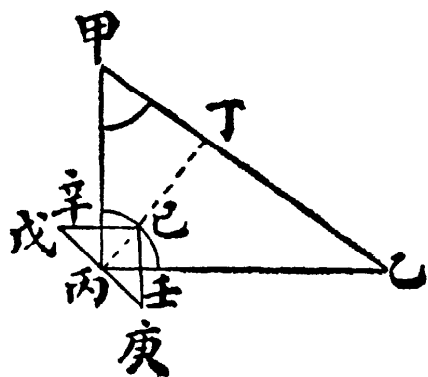
四 甲丁分邊

得甲丁而丁乙可知則右形有丁直角有丁乙丁丙二邊可照第三條法以乙丁比丁丙若半徑與乙角切線得乙角而餘俱可求矣此垂線垂於形內者也若鈍角而垂線在形外者如下圖

甲乙丙鈍角形作丙丁垂線於形外成丙丁乙及丙丁甲兩句股先用丙丁甲形求丙丁垂線及甲丁虛邊以丁角正弦比甲丙邊若甲外角正弦與丙丁垂線又以丁角正弦比甲丙邊若丙分角正弦 合丁直角甲外角度以減半周得丁丙甲分角度與



甲丁虛邊。以加甲乙邊。得乙丁虛邊。又以乙丁比丙丁。若半徑與乙角正切。得乙角。而餘可求。
 又法。如甲乙丙三角形。有甲角六十度。甲乙邊四十丈。甲丙邊二十六丈一尺零八分。求乙角法。先求
 丁丙垂線。分爲丙丁甲。丙丁乙。二句股形。以丁角正弦。卽丙角半徑子丙。
 爲一率。以甲角餘弦甲丑。卽丙角正弦子午。爲二率。以甲丙邊爲三率。求
 得甲丁分邊。卽得甲子分邊。與甲乙邊相減。餘爲乙丁分邊。因以甲丁爲
 首率。乙丁爲次率。甲角餘切己庚爲三首率。得乙角餘切壬癸爲四率。檢
 表得乙角。蓋庚己甲小句股形。與甲丁丙大句股形同式。則小形之庚己
 句。可比大形之甲丁句。壬癸乙小句股形。與乙丁丙大句股形同式。則小
 形之壬癸句。可比大形之丁乙句。故甲丁與乙丁之比。同於庚己與壬癸
 之比也。
 又法。如下圖。以甲丙邊爲一率。甲乙邊爲二率。甲角餘割辛丙。卽甲丙丁
 分形丙角正割。爲三率。求得四率辛壬。爲兩丙分角之共切。蓋辛己爲甲
 丙丁分形丙角之正切。卽甲角之餘切。己壬爲乙丙丁分形丙角之正切。
 又卽乙角之餘切。故甲丙與甲乙之比。同於辛丙與辛壬之比也。



三邊求角例

⊙如甲乙丙銳角形。知甲乙邊一百二十二尺。甲丙邊一百一十二尺。乙丙邊一百五十尺。求角。
 如求丙角。先從甲丁垂線。分爲兩句股形。以底邊爲兩句。以垂綫分爲兩句股形。則底邊乃兩句也。之總。列一率。以甲丙甲乙兩邊相併。爲兩弦之總。列二率。又以甲丙甲乙兩邊相減。餘爲兩弦之較。列三率。求得四率。一十五尺六寸。爲兩句之較。乙戊與底邊乙丙相減。餘丙戊一百三十四尺四寸。折半得丁丙六十七尺二寸。乃列四率。

一 甲丙邊

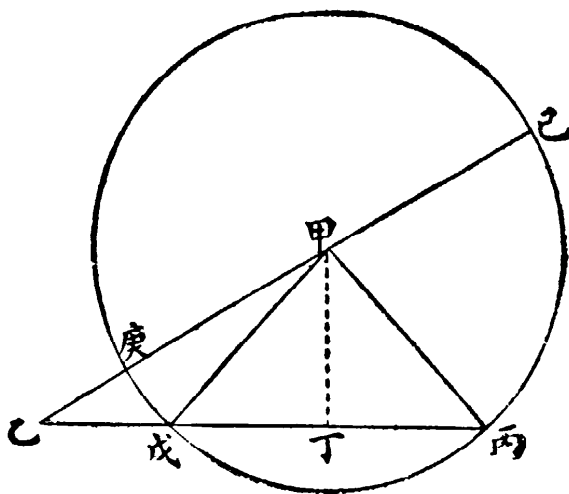
二 丁丙邊

三 丁角正弦徑即半

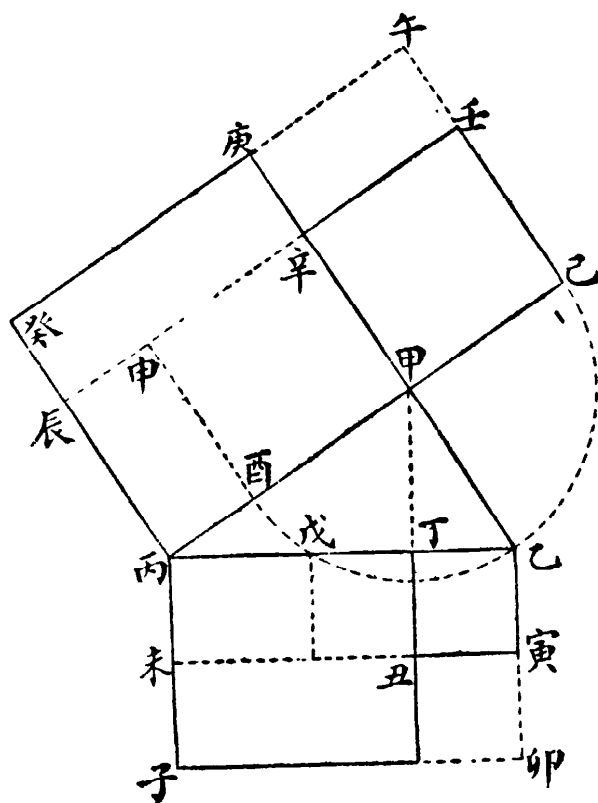
四 甲分角正弦餘弦即丙角

檢表得丙角度。既得丙角。則用一角二邊法。而得餘角矣。如圖。

以甲角爲心。甲丙小邊爲半徑。作員。截甲乙邊於庚。截丙乙邊於戊。將甲乙引長至員界己。則甲己與甲丙等。自己至乙。即兩邊之和。而庚乙即兩邊之較。乙丙即兩句之和。乙戊即兩句之較。故



以句和比邊和。若邊較比句較。爲轉比例四率也。問其不爲正比例。而爲轉比例。何也。曰句和乘句較。與句和乘弦較等積。而句和必小於弦和。句較必大於弦較。如同積之布幅然。幅闊者必短。狹者必長也。爲下圖明之。



甲乙丙形。以甲丁垂線。分兩句股。小句乙丁之。幕爲乙丑。卽戊丑。丁丙大句之幕爲丁子。於丁子內減丑戊。餘戊未及丁丑。移戊未爲丑卯。成寅子長方。則寅未卽兩句之和。未子卽兩句之較也。句較乘句和。卽兩句幕相減之餘積。又小弦甲乙。卽甲己。其幕爲甲壬。卽甲申。大弦甲丙。其幕爲丙庚。於丙庚內減甲申。餘庚辰及辰酉。而移辰酉爲午辛。成午辰長方。則午癸卽兩弦之和。辰癸卽兩弦之較也。以弦較乘弦和。亦卽兩句幕相減所餘之積。何者。凡弦自乘幕。必兼有句自乘股。自乘二幕。是大弦丙庚幕。卽丁丙句自乘。幕甲丁股自乘幕也。小弦甲申幕。亦卽丁乙句自乘幕。甲丁股自乘幕也。於大弦幕丙庚內。對減去小

弦幕甲申。猶之於丁丙句幕甲丁股幕內。對減去丁乙句幕甲丁股幕也。彼此甲丁股幕已對減盡。所
 存者。乃丁丙句幕內。減去丁乙句幕之餘積耳。股同是甲丁。而丁丙句大於乙丁句。故股減盡。而句不盡。必與寅子長方兩句減餘之
 積等矣。故曰弦和乘弦較。與句和乘句較等積也。

又法。如求丙角。法以甲丙邊移為丙子。甲丙同丙戊。可移為丙子。與乙丙邊。即丙癸。相乘。成丙丑長方。倍之。成丙卯
 長方。為一率。以甲丙邊自乘。成甲戌方。乙丙邊自乘。成乙癸方。二方相併。於內減甲乙邊自乘之甲辛

方。餘申丙長方。甲亥等甲戌。既對減去。又減庚辛乙午亥辰。折形。即如

之與乙申長方等。蓋甲乙丙形。分為甲丁丙甲丁乙兩句股。乙未乃乙丁丁丙
 兩句之較也。乙壬即乙丙則兩句之和也。午乙。乃甲丙。即己甲。與甲乙兩
 弦之較也。乙辛加辰亥。即同己甲加甲乙。兩弦
 和也。兩句和較相乘。與兩弦和較相乘等積。為一率。半徑十萬。丙句

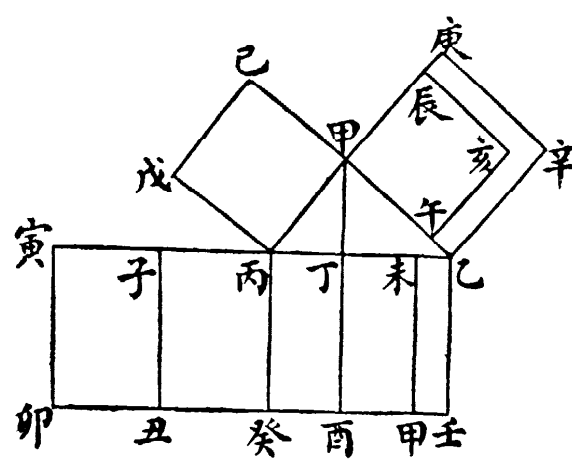
股形。丁直角之正弦也。凡直角之正弦即半徑。為三率。求得四率。為丙角餘弦。即甲角。檢表

得丙角度。按積與積之比。若邊與邊之比。然則以丙卯方比申丙方。即同

之比丙未。即同於子丙之比丁丙矣。又丁直角正弦。與對邊甲丙。即子丙。相
 比。即同甲角正弦。與對邊丁丙之比。故以丙卯方為首率。申丙方為次
 率。丁角正弦。即半徑為三率。甲
 角正弦。即丙角餘弦。為四率也。又法。併三邊得三百八十四尺。為

邊總。折半得一百九十二尺。為半總。乙庚等乙己。甲戊等甲庚。丙戊
 等丙己。各取其半。是折半用也。

以甲乙邊與半總相減。餘己丙七十尺。為甲乙邊與半總之較。以



乙丙邊與半總相減。餘甲戊四十二尺。爲乙丙邊與半總之較。以甲丙邊與半總相減。餘乙己八十尺。爲甲丙邊與半總之較。乃列四率。

一
半
總

二
乙
己
較

三 乙丙較乘甲戊數

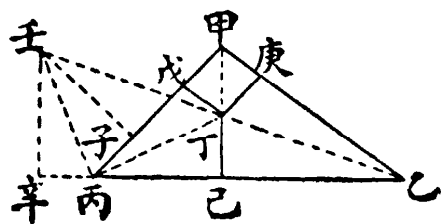
四 一千二百二十五尺。開方得丁己三十五尺。爲心垂線。

解曰。甲乙丙形。作分角線。丁乙等。垂線。丁己等。卽分爲六句股形。俱兩兩相等。又按甲戊度。引乙丙線。至辛。

則乙辛卽半總爲三較之和。試自辛作直角。將乙丁線引長至壬。成乙辛壬勾股形。則辛壬與丁己平行。乙辛壬形與乙己丁形同式。其乙辛半總與乙己較之比。卽同壬辛與丁己垂線之比。而不知壬辛。因思己丙與丙辛_{卽甲戊}相乘之數。同於

丁己與壬辛相乘之數。試作壬丙線壬子線。成等邊之兩句股。合爲一子丙辛壬大四邊形。每一句股。合三角得一百八十度。則二句股合三百六十度。除子辛

兩直角共一百八十度。餘一百八十度。乃大四邊形之丙角壬角共度也。然戊丙己丁小四邊形之丙角。爲大四邊形丙角之外角。內外角亦合成一百八十度。是小四邊形之丙銳角。與大四邊形之壬銳角等度也。又小四邊形之戊己二角。卽同大四邊形之子辛。皆爲直角。則小四邊形之丁鈍角。亦必等大四邊形之丙鈍角可知。而大小二形爲同式。卽各折爲兩三角。亦同式矣。則以丁己比己丙。必若丙辛與辛壬。而四率之法。中兩率相乘。與首末兩率相乘同實。故以己丙乘丙辛。代丁己乘壬辛。而丙辛卽甲戊。己丙乘丙辛卽己丙乘甲戊也。故以



己丙與甲戊即丙辛相乘之數爲三率。其所得四率。即丁己自乘之數也。首率次率。乃邊與邊之比。三率四率。乃面與面之比。因三率爲壬辛

一 己丙邊

二 己角正弦即半徑

三 丁己邊

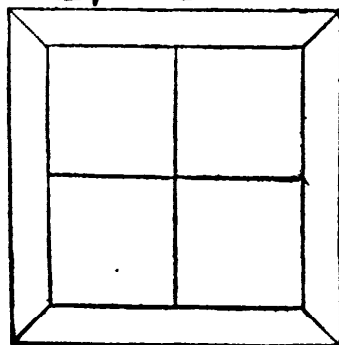
四 丙分角正切。檢表得二十六度三十四分。倍之爲丙角度。梅定九曰。三邊求角。得數後。須加審。以鈍角與外角同一八線也。此先求半角。則可無疑矣。

句股測量

用矩度。

以白石爲心。取無燥溼之異木鑲邊。心取方一尺。四邊各分一百分。照分用墨筆畫橫直線。惟正中十字線用朱畫。於橫朱線兩端。各安一粗針。名曰定表。又於兩朱線十字相交中心處。鑽一針孔。以安遊表。遊表以直銅條爲之。其體三稜。稜相去各二分。其長一尺五寸。亦分爲一百五十分。其面作一分中線。於分中線折半處。對底稜。貫一粗針。插安矩心。以

矩 度 圖

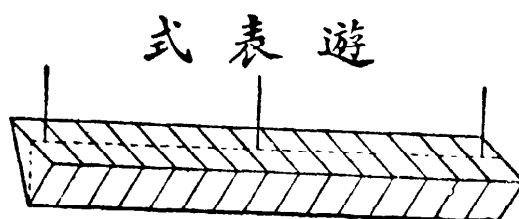
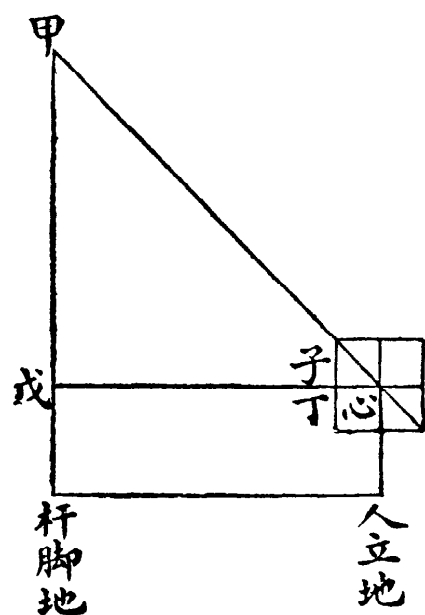


爲轉運之樞。又於分中線兩端對底稜各安一粗針以爲窺視之表。以其可旋轉遊移故名遊表。

遊表與矩相切。卽成句股形。蓋遊表爲弦。橫朱線爲句。遊表所切矩邊垂線至橫朱線爲股也。凡測高用立矩於直朱線之端掛一線下繫鉛墜視掛線與直朱線合而爲一乃定矩勿動。測有遠可例之高。

①如有旗杆不知其高。但知人立處距旗杆三丈。問杆高若干。

法用立矩定準墜線以定表兩針對旗杆戊處看成一線。則戊處卽爲地平。從戊量至地得四尺。以遊表兩針對杆頂甲看成一線。卽從遊表切矩邊子處數至橫朱線端丁處得子丁四十分。如股爲二率半橫朱線五十分。如句爲一率。距旗杆遠三丈爲三率。求得四率二丈四尺。爲旗杆頂至戊之度。加戊至地四尺。得杆高二丈八尺。一句心丁五十分。



遊表式

二股子丁四十分

三句心戊三丈

四股甲戊二丈四尺

測有高可例之遠

○前條若知杆高而測遠則於杆高二丈八尺內減戊至地四尺餘二丈四尺而反用其率反一三爲二四二四爲一三也

一股子丁

二句心乙

三股甲戊

四句心戊

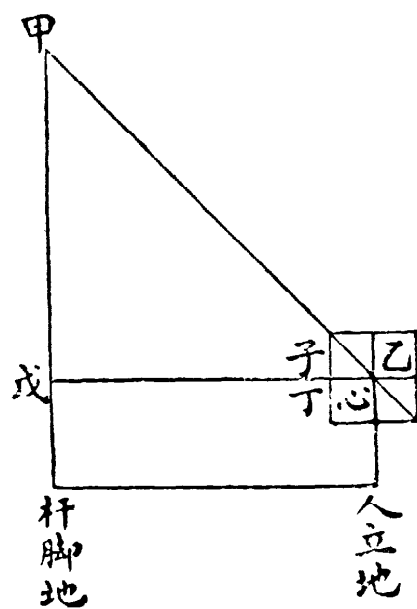
測無遠可例之高

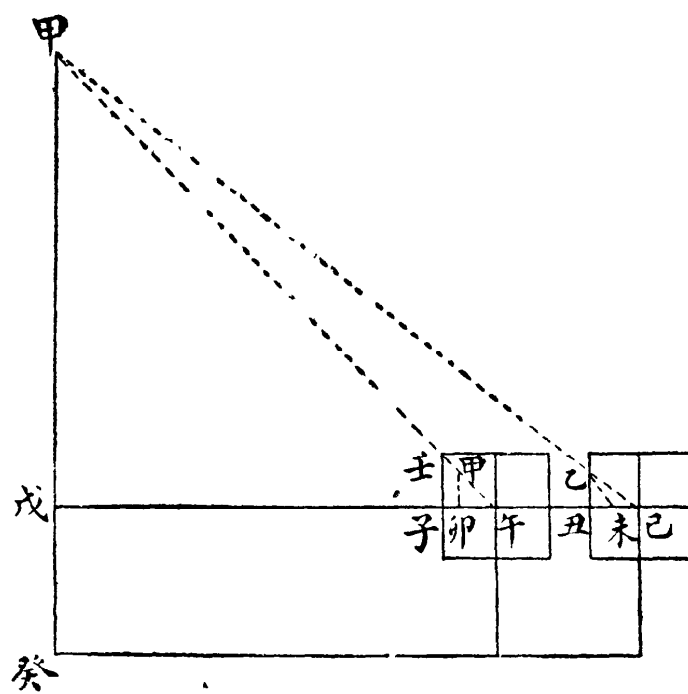
○如有山一座欲知其高

法用重測甲癸如山高先於午處立矩以定表對山脚戊

處爲地平戊離地四尺以遊表對山頂甲處得此圖兩遊

表皆交於矩左邊者若前矩交於上邊後矩交於左邊則以半直朱線五十分如股爲一率上邊分數





己未 小句較

二
乙
丑
小
股

三
已未
大句較

四 甲 戊 大 股

如句爲二率。左邊分數如股爲三率。求得四率。與次率相減。餘爲小句較。省算法。從左邊交點。橫數至與前遊表相交處。卽兩句較。若兩遊表俱交於上邊者。則以兩交分數相減。卽爲較。省算法。但數兩交相距之數。卽兩句較。省算法於壬子股取乙丑股

省算法。從左邊交點。橫數至與前遊表相交處。卽兩句較。若省算法於壬子股取乙丑股

三十二分爲丁子。從丁橫數至壬午遊表申處。得十分。卽卯子。又卽己未。移爲午亥。作亥丁線。察此線與丁午後遊表。橫距丙戌九分。以當兩矩心之距九丈。而引丙戌至酉。從酉上數至丁。得二十八分八釐。以當甲戌二十八丈八尺也。

股壬子四十分。又自午向後已處量九丈。復於已處立矩。以定表對戊。以遊表看山頂甲。得股乙丑三十二分。是前矩所得午壬子小句股形與後矩所得己乙丑小句股形。句同俱五十而股異也。

一四十分。一而與前矩所對之午甲戌大句股形與後矩所對之己甲戌大句股形。股同同是甲而句

三十二分。一而與前矩所對之午甲戌大句股形與後矩所對之己甲戌大句股形。股同同是甲而句

異一午戌不符。須將兩小句股亦改爲股同句異。方可比例。法用前小股壬子四十分爲一率。子午句

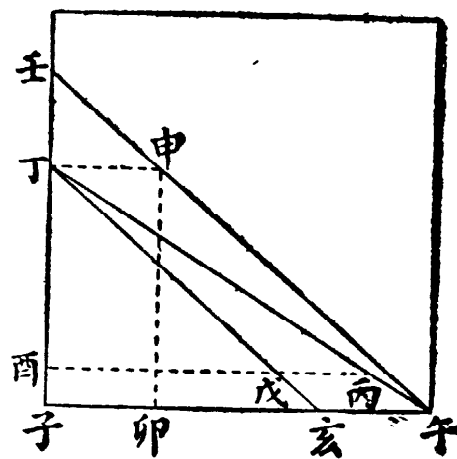
五十分爲二率。後小股乙丑三十二分爲三率。求得四率丑未四十分。與子午句五十分相減。餘己未

十分。爲前後兩小句之較。則股同而句異矣。是後矩乙丑己形與甲戌己大形同式。後矩乙丑未形卽

前矩申卯午形與甲戌午大形同式。因以己未小句較十分爲一率。乙丑小股三十二分爲二率。己午

距九丈。卽大句較爲三率。求得四率大股二十八丈八尺。加戊至地四尺。得山高二十九丈二尺。

測無高可例之遠

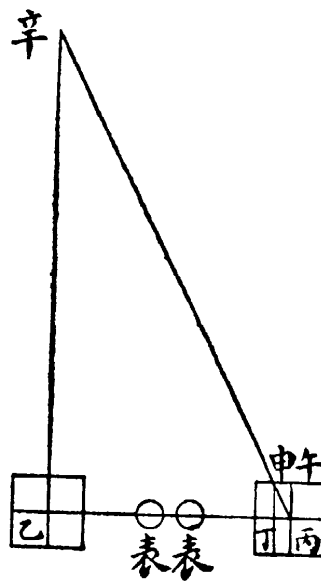
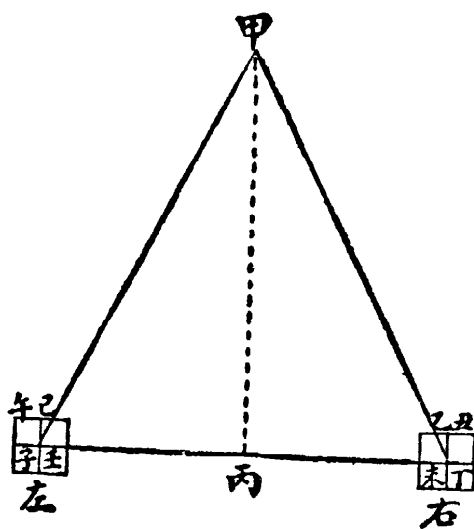


④如上條欲知午戌之遠則以己未爲一率未丑爲二率己午爲三率求得四率午戌。

⑤又法如有石不知其遠於乙處立一表用臥矩以乙爲矩心以遊表依直朱線對石腳如辛以定表取乙直角隨直角立表二三處自乙至丙橫量十五丈復以丙爲矩心臥矩以定表對乙以遊表看辛得邊線午至申三十分如句爲一率丙至午五十分即申丁度如股爲二率乙丙十五丈如句爲三率求得石距乙二十五丈如股蓋丙午申倒句股即申丁丙順句股與辛乙丙句股同式也。

- 一 申午
- 二 午丙
- 三 丙乙
- 四 辛乙

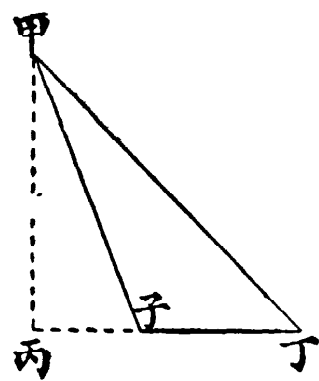
⑥如有甲石欲知其遠左右各臥一矩兩矩心丁子之距三十九丈不能取直角左矩遊表交己得己午一十一分二



釐五毫。右矩遊表交乙。得乙丑三十七分五釐。問兩矩心去石遠。各若干。

法以乙丑加午己。共得四十八分七釐五毫。爲一率。數右遊表丁乙度六十三分五釐爲二率。丁子三十九丈爲三率。求得甲丁五十丈。爲右矩心去石遠。若以左遊表子己度五十一分二釐五毫爲二率。則得甲子四十一丈。爲左矩心去石遠。試自甲角作甲丙垂線。分甲子丁銳角形爲兩句股。則甲丙子與子午己。即己子壬同式。甲丙丁與丁丑乙。即乙未丁同式。故合丑乙己午。即合丁未壬子。爲兩小句之和。比兩小弦。若合丁丙丙子兩大句之和。比兩大弦也。

此兩矩與石。成銳角形者。故以兩小句相併爲和。作一率。若成鈍角形。如此圖。則以兩小句相減爲較。作一率。餘同。蓋前圖垂線在形內。乃甲丙子。甲丙丁。兩句股形。合爲甲子丁銳角形。故取兩小句相併爲一率。此圖垂線在形外。乃甲丙子。甲丙丁。兩句股形。相減成甲子丁鈍角形。



故取兩小句相減爲一率也。又此兩遊表所交。俱在矩上邊者。乃股同。乙未與己壬相等。而句異也。若相交一在矩上邊。則股長。一在矩旁邊。則股短。或並在旁邊。則股長短亦不必同。皆須同其股。乃可比例。法爲以長股比長句。若短股與短句。得短句。與長句相減。餘即兩小句較。爲一率。餘同上法。如丁子兩矩心。相去三十丈。右矩遊表交左邊乙處。得乙丑二十七分。如股。丁丑五十分。如句。其遊表丁乙。度得五

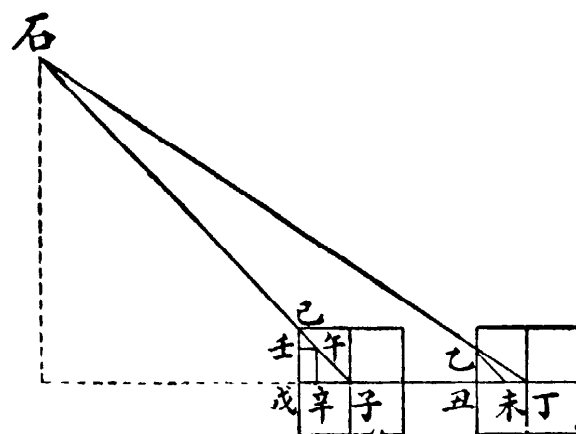
十六分八釐弱。如弦。左矩遊表。交左邊已處。得已戊如股。大於右矩之乙丑股。當照乙丑股度。於已戊股內。截壬戌。如乙丑。而從壬點。看橫線與遊表相交於午。數午壬得二十分。即爲兩小句股較也。何則。午辛子形。即已戊子形所縮小者。試移午辛子。於右矩乙丑丁內。爲乙丑未。則丁未爲兩句之較。而丁未即午壬耳。乃以丁未即壬午二十分爲一率。右遊表度五十六分八釐弱爲二率。兩矩心子丁相去三十丈爲三率。求得四率八十五丈二尺弱。爲右矩心距石遠。若以左遊表度四十分三釐零爲二率。則所得四率六十丈五尺四寸餘。爲左矩心距石遠。

測深與測高同理。但下窺即是。如測井。知井口之徑闊。即倣第一條測之。如不知徑闊。即照第四條測之。

三角測量

用儀器。

作全員儀。測高深俱便。作半員儀。象限儀。則測深須倒安。然全半二者。取角無分銳鈍。皆於器中得之。

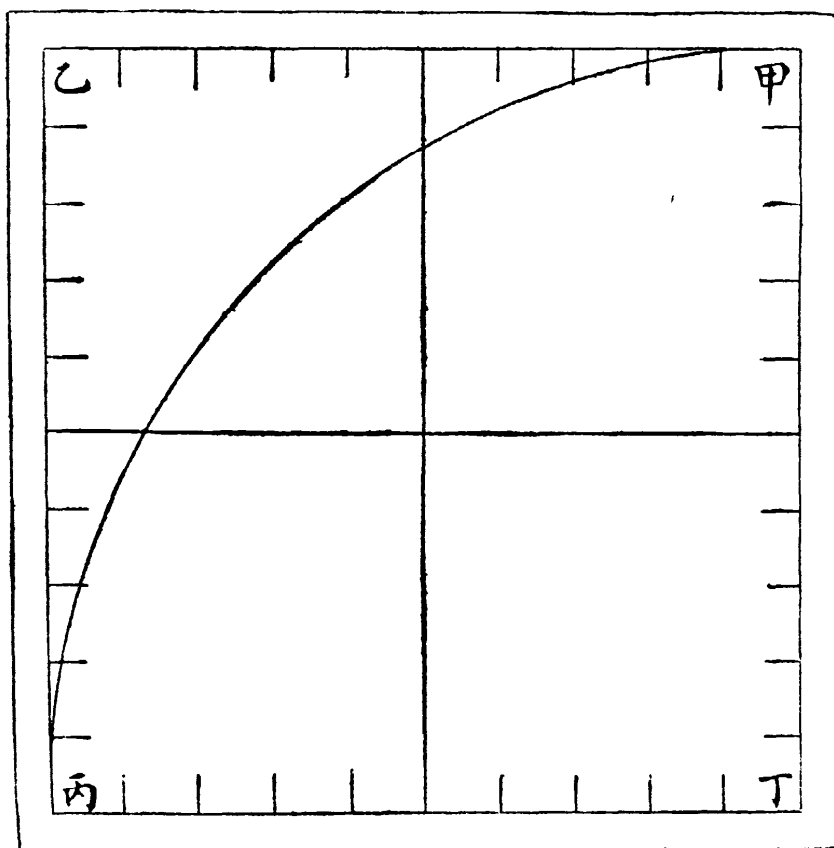


若象限儀取鈍角。則遊表在器外。難稽過限之度。今取其輕少。易於攜帶。即於矩度上作之一物。二用。且妙於省算。而既有矩度可稽。若遇鈍角。可用一麻線。依橫朱線。引長至交遊表處止。乃從限邊摺轉。看比橫朱線得若干分。移遊表交之。則知鈍角過象限若干度矣。於丁直角。鑽一針孔。以安遊表。遊表即用矩度者。移中針於表端安之。即是。

測有遠可例之高

○如有一塔。但知其遠。從立儀器處。至塔心。乃爲遠。非止至塔邊也。須三十丈。問高若干。

法立儀器。定準墜線。以定表看地平。遊表看塔尖。得兩表之距。乙丁弧四十度。其正切壬丁八三九零九九六。爲二率。半徑丙丁十萬爲一率。



丙辛遠三十丈爲三率。求得甲辛高二十五丈一尺七寸三分弱。加辛至地。爲塔高也。

測有高可例之遠

②如前塔。知高而求遠。則反上率。反二三爲二四
反二四爲二三

一
壬
丁

改用戊丙半徑已
戊餘切・

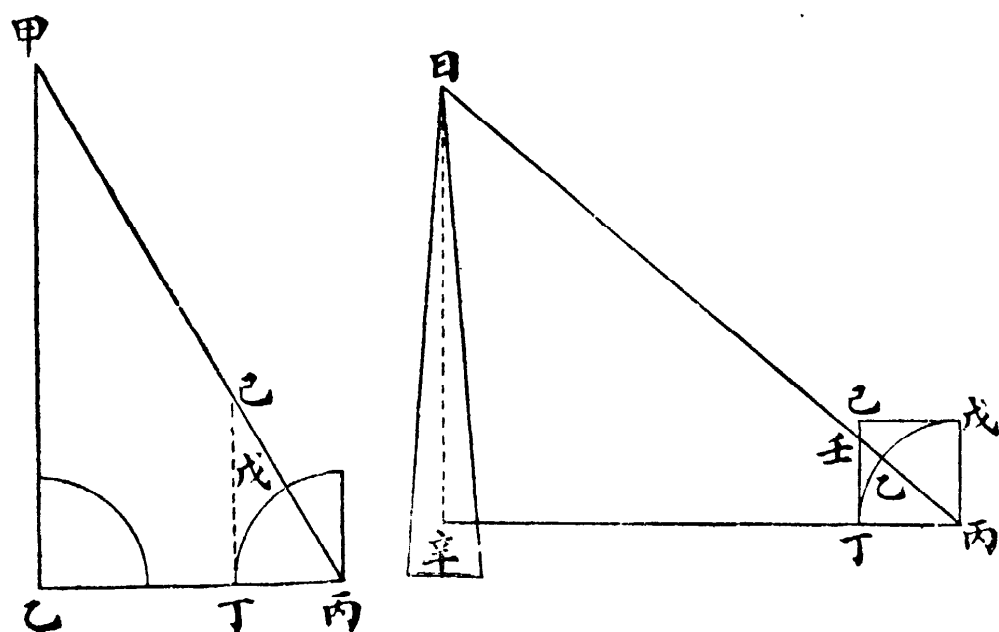
二
丁
丙

三甲辛

四
辛丙

又法。用臥儀測。如有樹欲知其遠。用儀器臥乙處。以定表對樹腳甲。以遊表取乙直角。橫量十五丈至丙。又於丙臥儀。以遊表看甲。得戊丁弧六十度。以丙丁半徑十萬爲一率。己丁切線十七萬三千二百零五爲二率。丙乙十五丈爲三率。求得四率二十五丈九尺八寸。爲樹遠。

測無遠可例之高

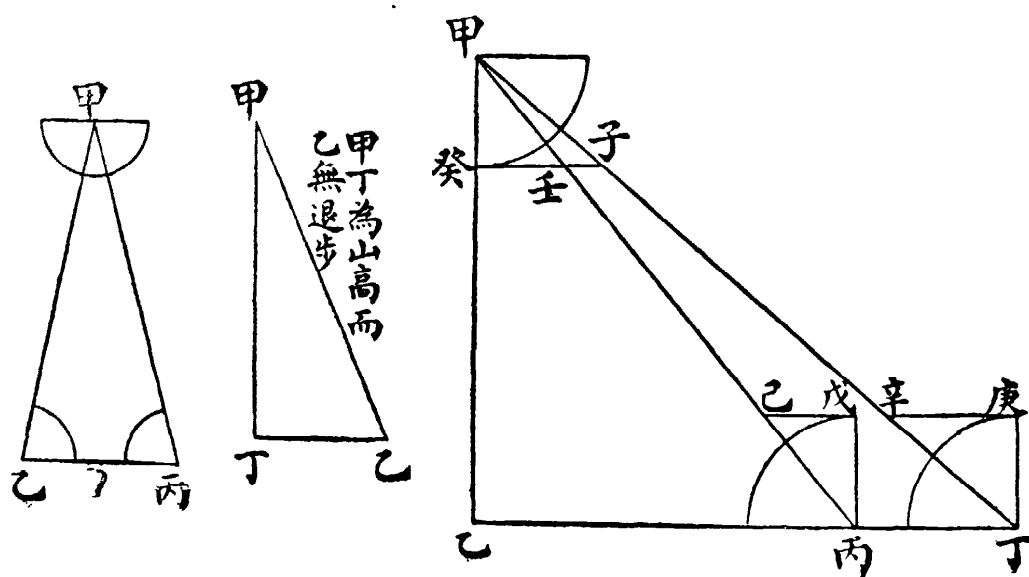


③如甲爲山頂欲知其高法用重測

先於丙處立儀器測得丙角五十度其餘切戊己八萬三千九百一十弱卽甲壬癸之甲角壬癸正切又退行十丈至丁處復安儀器測得丁角四十度其餘切庚辛十一萬九千一百七十五強卽甲子癸之甲角子癸正切二數相減餘子壬三萬五千二百六十五爲一率半徑十萬卽甲癸爲二率丙丁十丈爲三率求得四率甲乙二十八丈三尺五寸爲山高

④如甲爲山高重測不得退步爰取乙丙左右兩處橫量一百丈先求甲乙或甲丙之斜距乃測之問山高

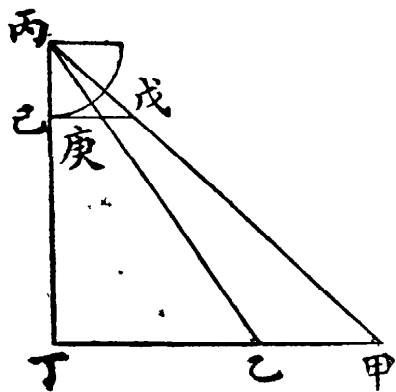
法於平地乙處欹安儀器斜對山頂甲處隨定表橫量一百丈至丙復欹安儀器斜對甲頂得乙角八十六度五十三分丙角七十八度零七分乃以兩角度相併與一百八十度相減餘一十五度爲甲角度其正弦二萬五千八百



八十二爲一率。丙角七十八度零七分。正弦九萬七千八百五十七爲二率。橫量一百丈爲三率。求得四率三百七十八丈零九寸。爲甲乙斜距。得斜距以之爲弦。而以山之高甲丁爲股。地平乙丁爲句。仍於乙處改用立儀器。定準墜線。以遊表看山頂。得乙角五十一度。是爲有兩角。一乙角。一丁角。乃以丁直角正弦。卽半徑十萬爲一率。乙角五十一度。正弦七萬七千七百一十五爲二率。乙甲斜距爲三率。求得四率二百九十三丈八尺三寸。卽山之高也。明此法。則兩測處。或橫。或斜。甲乙與甲丙等邊。則乙或斜。甲乙與甲丙不等。則乙丙必斜。以或高低。乙此不得地平者。並可以此法。先測甲乙斜距。蓋皆有乙角丙角及乙丙一邊也。

⑤如人在山頂丙上。欲測本山之高。但知山下有甲乙二樹。甲遠乙近。相距十八丈。問山高若干。法於山頂丙處立儀器。定準墜線。以遊表看遠甲樹。得甲丙丁角四十九度。其正切己戊十一萬五千零三十七。又看乙樹。得乙丙丁角三十八度。其正切己庚七萬八千一百二十九。相減餘戊庚三萬六千九百零八。爲一率。丙己半徑十萬爲二率。甲乙兩樹之距八十丈爲三率。求得四率丙丁四十八丈七尺七寸。爲山高。

⑥如人在山頂上。欲測本山甲丁之高。但知山上有樓。其高乙甲。二十一



丈問山高。

法以樓上乙處及樓下甲處各立儀各以遊表指山腳戊處上儀測得乙角五十三度三十分其餘切七三九九六一一一下儀測得甲角五十五度二十六分其餘切六八八九九五相減餘五零八五六爲一率下儀餘切六八八九九五爲二率樓高二十一丈爲三率求得四率爲甲乙山高此與上條同理爲圖明之

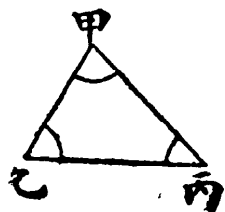
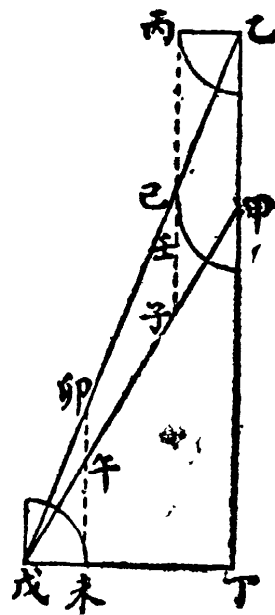
乙角餘切。丙己卽卯未。甲角餘切。壬子。卽午未。相減餘卯午。戊卯未與戊乙丁同式。故以卯午比午未。若乙甲比甲丁也。

測無高可例之遠

⑦ 如有石不知遠。於乙丙二處臥儀。與石成銳角形。則合乙丙二角度。與一百八十度相減。餘爲甲角度。照二角一邊求餘邊法。求得丙乙二處。去甲石之遠。成鈍角者同法。

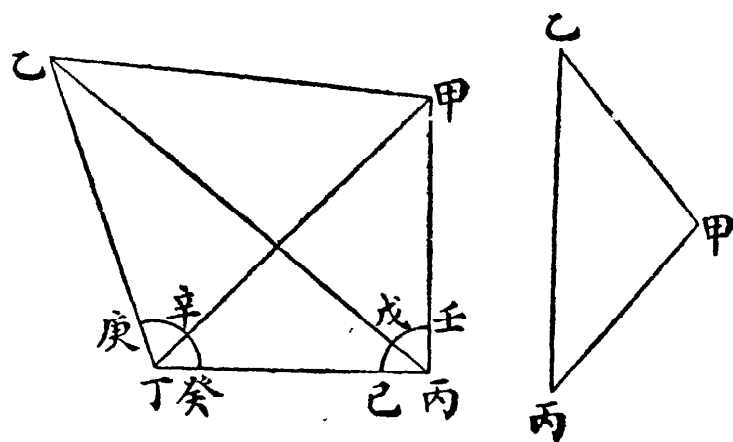
測橫遠

⑧如有甲乙兩樹。不知其距。於丙處臥儀器。甲丙之距五十丈。乙丙之距七十丈。問甲乙樹距若干。



法以定表對乙樹遊表看甲樹取丙角度則爲有兩邊一角而角在兩邊之中者照三角法第七條求之

⑨如有甲乙二樹不知其距亦不知人離樹若干問測之之法法於丙丁兩處各臥儀器各以定表相對遊表看樹丙器看甲樹恰得直角壬巳九十度縱非直角亦同法看乙樹得戊己三十八度兩遊表相距得壬戌五十二度丁器看甲樹得辛癸四十五度看乙樹得庚癸一百一十度乃先求甲丙之遠法以辛癸四十五度與一象限九十度相減餘四十五度爲甲角丁甲兩角既同度則所對之邊必相等不用算而知甲丙之與丙丁同爲十三丈矣次求丙乙之遠以戊己三十八度加庚癸一百一十度共一百四十八度與兩象限相減餘三十二度爲乙丙丁鈍角形之乙角度其正弦五萬二千九百九十二爲一率丙丁距十三丈爲二率以庚癸一百一十度之外角七十度其正弦九萬三千九百六十九爲三率求得四率二十三丈零五寸爲丙乙邊是得二邊甲丙一角壬戌角丙乙一角可求甲乙邊矣乃照三角法第七條有二邊一角角在兩邊之中法求得甲乙之距十八丈二尺也



測深與測高同理。但倒立儀器測之。即是。如知井口之徑闊。則做第一條測之。如不知。則做第六條測之。

直線面

① 正方形求對角斜線。
以句股求弦法求之。

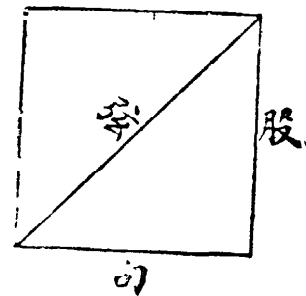
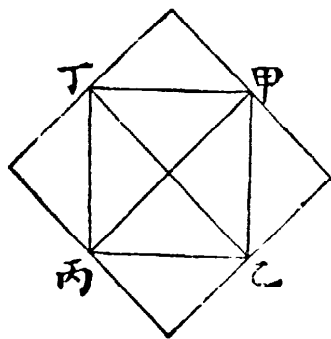
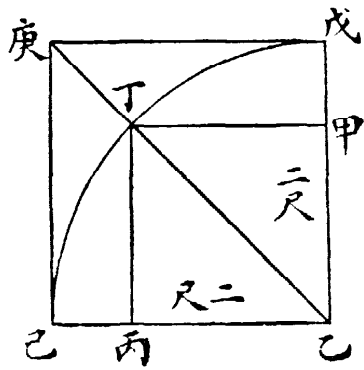
② 正方形倍積求邊。

如邊二尺。自乘得積四尺。倍之為八尺。用開平方法算之。得邊二尺八寸二八四有餘。
如圖。丁乙斜線。即乙己。蓋皆自乘方。戊乙庚。必大於甲乙邊線。所自乘方丁甲乙丙。一倍。蓋以方容方面

知之也。如下圖。甲乙自乘方。內容句股四丁乙自乘方。內容句股八。故大一倍。

③ 如長方形。長十二尺。闊八尺。今將其積倍之。仍與原形同式。問長闊。

法以闊八尺。自乘。倍之。開方得所求闊。乃以原闊為一率。原長為二率。今闊為三率。求得



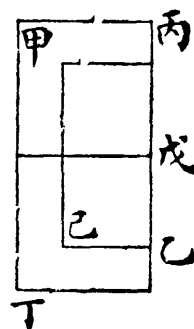
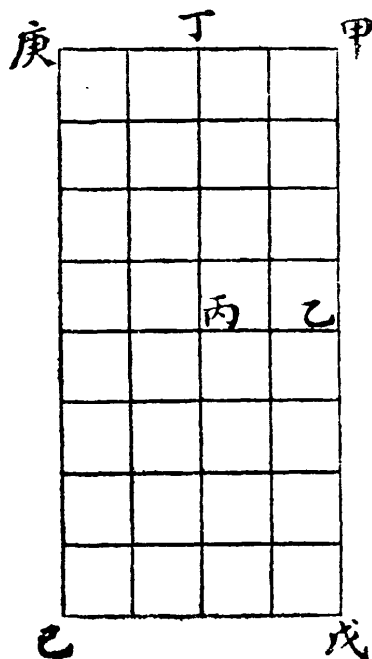
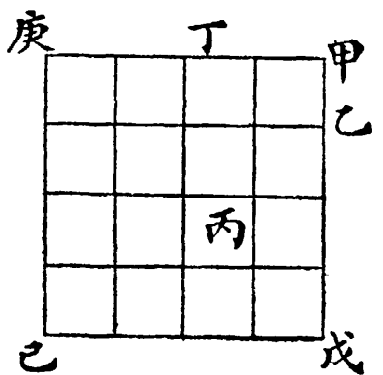
今長何則小長方積加倍爲同式大長方積比小正方形積加倍爲大正方形積一也試改長爲十六尺如下圖卽無疑矣

甲乙原長方長十六尺闊八尺以乙己闊八尺自乘得戊己正方倍之成戊丁正方猶之倍甲乙長方爲丙丁長方蓋半與半若全與全也

④正方形邊二尺積四尺今四倍其積問邊長方形四倍其積問邊做此

以原邊二尺倍爲四尺卽是此因兩積一四尺一之比例爲十六比四較其兩邊一四尺一之比例四比二爲爲連比例隔一位相加之比例十六與八八與四四與二加倍連比例也大邊比小邊既爲加倍則大積比小積亦當倍四爲八乃隔四一位而倍加至十六以比四故爲連比例隔一位相加之比例則兩邊之比例固加倍之比例耳故倍二爲四卽是

如圖甲乙丙丁小方每邊二尺其積四尺四倍之則爲庚甲戊己大方積十六尺其大方庚甲邊乃小方甲丁邊之倍也長方可推



⑤ 三角形以積求中垂線。倍積以底除之即得。

⑥ 斜形求積。

作甲乙斜線分兩句股算之。

⑦ 梯形求積。併上下闊折半乘長。

⑧ 三角截辰。以底爲一率。中長線爲二率。今闊爲三率。求得截長。

⑨ 梯田截闊。一率原長。二率上下闊減餘。三率今上長。四率加上闊得截闊。如三率爲今下長。則四率減下闊。

⑩ 梯積有下闊。中長問上闊。法倍積以中長除之。得上下闊之和。減下闊得上闊。

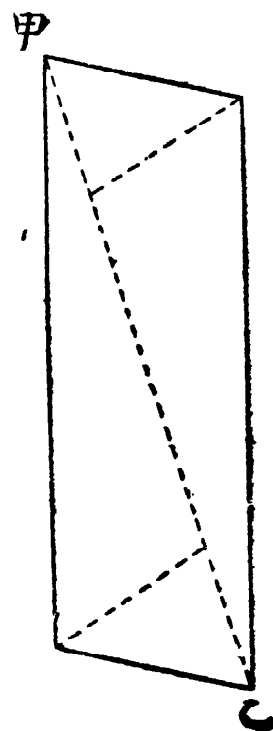
⑪ 梯積有中長。上下闊較。求上下闊。如上法。除得兩闊之和。加較折半得下闊。

⑫ 方環形有內外周求積。以內外周各自乘。相減餘以十六除之。得積。蓋方形徑一圍四。以圍自乘。比徑自乘爲十六與一。故以十六除之。

⑬ 方環形積。求內外兩邊之

距。法併內外周折半。以除積得之。

如圖甲乙子丑爲外周與



闊相乘之二長方。子己乙戊。爲內周與闊相乘之二長方。
合之成甲壬戌癸一長方形。其長卽內外周併折之數。其
闊卽內外周之距也。又法。以內外周俱四歸之。得數。外周
得甲庚。內以二數相減。餘甲壬子折半。得甲卽是。

④方環積與闊求內外邊法。以闊自乘得甲己方。四因之。四得

角方。於原積內減之。餘壬辛等四長方。四歸之。得壬辛一

長方。以闊除之。得己辛。卽內邊也。以加兩闊爲外邊。借上圖

又法。以闊除積。四歸之。加闊卽外邊。減闊卽內邊。觀下圖

可明。

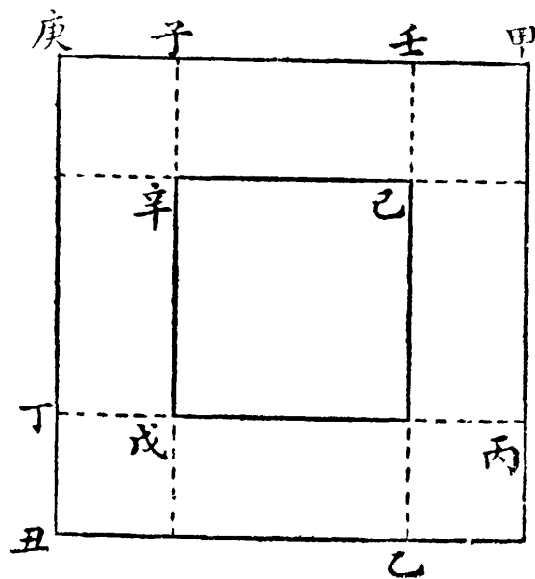
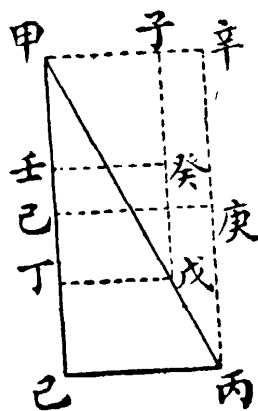
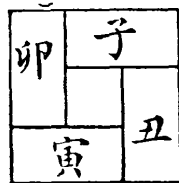
子丑寅卯四長方。

四歸而得其一。

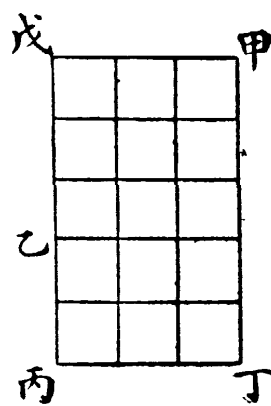
⑤如句股形。股四十尺。句二十尺。今欲從上段截積一

百一十二尺五十寸。問截長闊各若干。三角形

法以股乘句爲一率。大長方倍截積爲二率。小長方句自乘爲三率。大正方形求得四率。小正方形開方得闊。丁戊



五尺。復以句爲一率，股爲二率，今闊爲三率，求得長^{三十}。此卽上第三條，以大長方比小長方。若大方比小正方也。一法，首率止用股，三率止用句，又二率三率互易，爲一率股，二率句，三率倍積，其理一也。蓋甲乙股與乙丙句之比，應同於甲丁截長與丁戊截闊之比，而不知甲丁，故將截積倍之，爲甲丁乘丁戊之長方，以與丁戊自乘之正方比，以凡二平行線內，所有方面相比，卽同於其底之相比，如下圖。甲丁戊丙爲二平行線，所有甲乙正方面積九，丙丁乙長方面積六，爲三分比二分，卽同甲乙正方之邊戊乙三，比丁乙長方之邊乙丙二也。又甲丙長方面積十五，比甲乙正方面積九，爲五之三，卽同於甲丙長方之邊戊丙五，比甲乙正方之邊戊乙三也。此爲以線比線，若面比面也。



又解曰：以一率甲乙四十丈，除二率乙丙二十丈，見每丈得五尺爲法，則以甲乙四十丈乘五尺，必縮爲己乙二十丈矣。邊與邊之比，若積與積之比，則以三率甲乙丙辛長方乘五尺，必縮爲己乙丙庚正方，每邊二十丈，可知也。又以甲丁三十丈乘五尺，必縮爲壬丁十五丈，以甲丁戊子長方乘五尺，必縮爲壬丁戊癸正方，每邊各十五丈，亦可知也。

⑤前形若欲從下段截積一百七十五尺，亦如上法，一率股，二率句，三率倍積，求得四率一百七十五尺。

乃上下兩闊之較已丙·即壬乙·
乘兩闊之和乙辛·所成長方·
為截闊得闊而截長可知·
乃以句自乘得四百尺·二數相減餘二百二十五尺·開方得一十五尺·即

如圖丁辛長方倍積也壬辛長方兩闊之較已丙·移為壬乙乘兩闊之和

乙辛·丙辛即丁戊上闊也所成也子丙乙丙句自乘方也內減壬辛長方餘未壬

即丑丁正方·辛壬長方移乙午為午癸而減之故餘此開方得丁戊為上闊此亦以線比線

若以面比面蓋甲乙股與乙丙句之比應同於戊己與己丙之比而不

知戊己故倍截積為丁辛長方以比得壬辛長方此兩長方乃丁乙庚

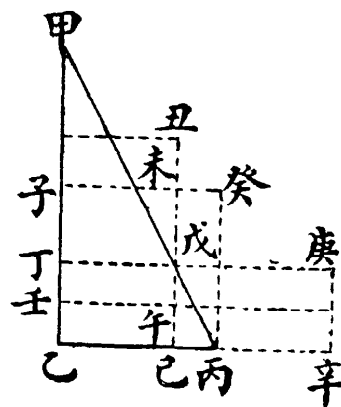
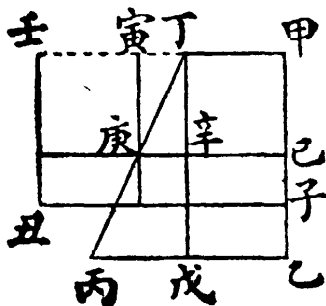
辛二平行線所有故其積之相比即如其邊庚辛·即戊己與壬乙·即己丙之比也而此壬辛長方積比句自

乘子丙方少一未壬即丑丁方故相減餘未壬方開方得上闊也

⑤斜方形長二十四尺上闊十二尺下闊二十尺今從上段截積一百六十八

尺問截長闊·梯形同

法以長為一率兩闊相減餘八尺為二率倍截積為三率求得四率一百十二尺乃以上闊十二尺自乘相加得二百五十六尺開方得截闊十六尺而長可知



斜方上闊^{甲庚}下闊^{乙辛}之較。將欲截甲乙辛庚斜方積。倍爲壬辛長方。以庚辛長除之。得癸辛闊。乃甲庚上闊^癸。乙與乙辛下闊之和。減較乙戊。餘折半。得戊辛。卽甲庚爲所截上闊也。

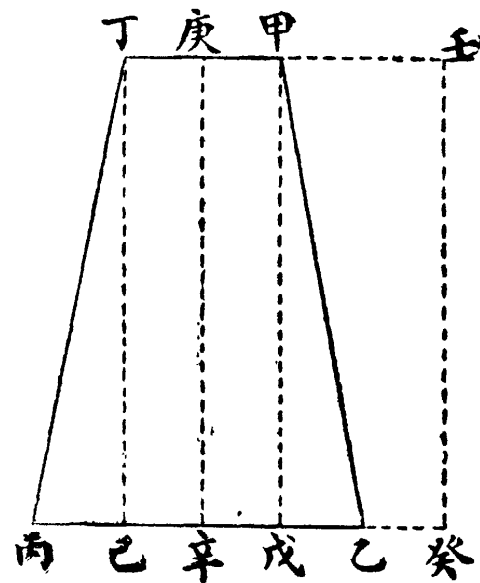
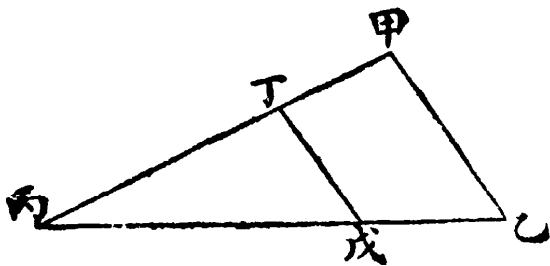
②如甲乙丙三角形。小腰二十丈。大腰三十四丈。底邊四十二丈。面積三百三十六丈。今欲截積一半。其形丁戊丙。與原形同式。問所截三邊^{問截幾分之幾者可推}。

法以原積爲一率。截積爲二率。底邊自乘爲三率。求出四率。開方得今截底邊。若以腰自乘爲三率。則求出四率。開方得今截腰邊也。此爲大三角積之比小三角積。若大正方積之比小正方積也。

截法以乙丙自乘。折半。開方得戊丙。

又法以原積爲十分。截積爲五分。法爲十分之比原邊自乘。若五分之比截邊自乘也。此法可省除。

③如大小兩正方。共積四百一十尺。其大方邊比小方邊多六尺。問各邊。



法倍積得八百二十尺。原積甲乙大方一。子丑小方一。倍之。內兩大方。

以一角相重疊。甲乙大方之乙角。與丙丁大方之丙角相重疊。成丙寅乙丑一小方。此重疊之小方。即兩

方邊之較六尺。自乘所成者。於是以較六尺。自乘得三十六尺。於倍

積內減之。則無重疊之處。可開方得甲子邊二十八尺。為兩方之和。

加較折半得大方邊十七尺。而小方可知。

又法以較六尺。自乘得丑寅方。與共積甲乙子丑二方相減。餘。子辰及

辰寅。而移辰寅為子己。成甲己一長方。折半得。戊己一百八十七尺。以較六尺

為縱方。用帶縱較數開方法算之。

③如上條云。兩邊相和。則以相和。甲子自乘。得甲子與倍積

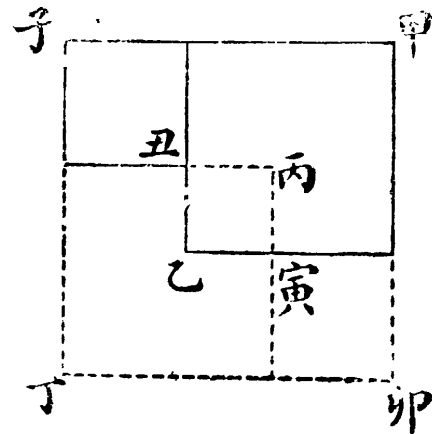
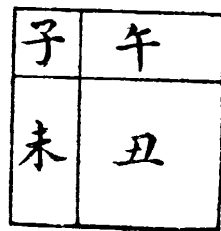
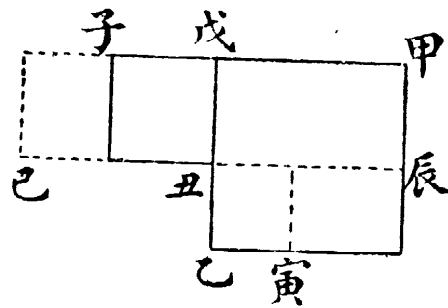
相減。餘。丙己開方得較。

又法以和自乘。內減共積。餘折半。以和為長闊。用帶縱

和數開方法算之。正法觀上條首圖可明。又法則如下圖。

此和自乘方也。內減丑大方。子小方。餘午未。折半得午。其

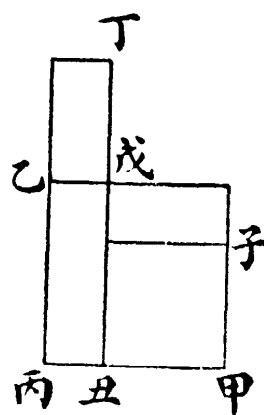
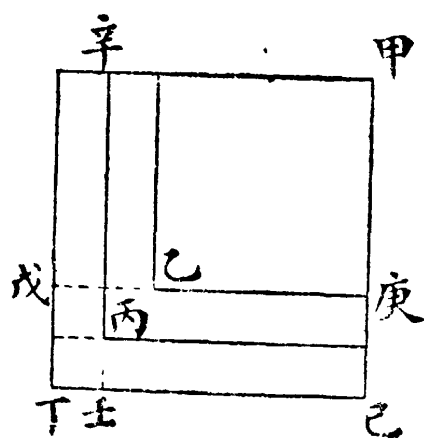
長則大方邊闊則小方邊也。



④如云大邊多小邊六尺大積多小積一百六十八尺則以六尺除一百六十八尺得二十八尺爲兩方邊之和如圖甲乙大方子丑小方丑丙邊較六尺子戊合丑乙成磬折形乃大積多於小積之一百六十八尺移子戊爲丁乙成丁丙長方其長則兩方之和其闊則兩方之較也

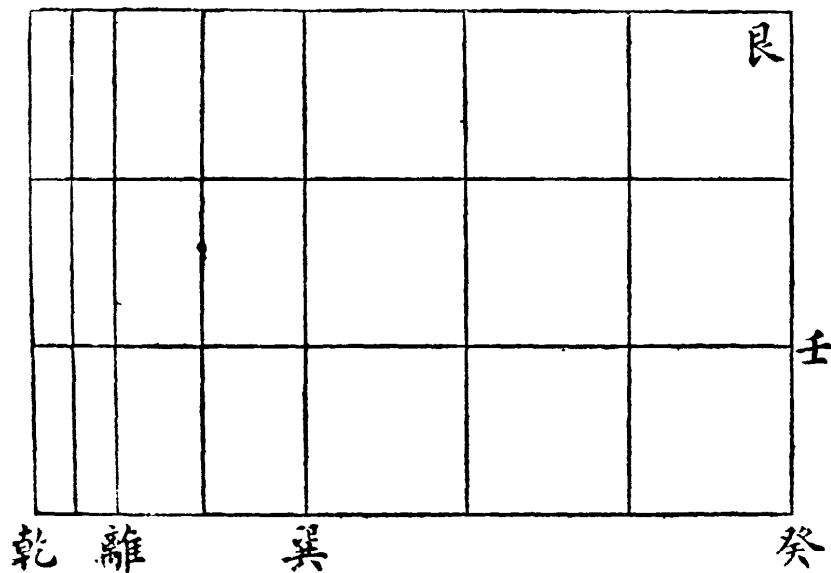
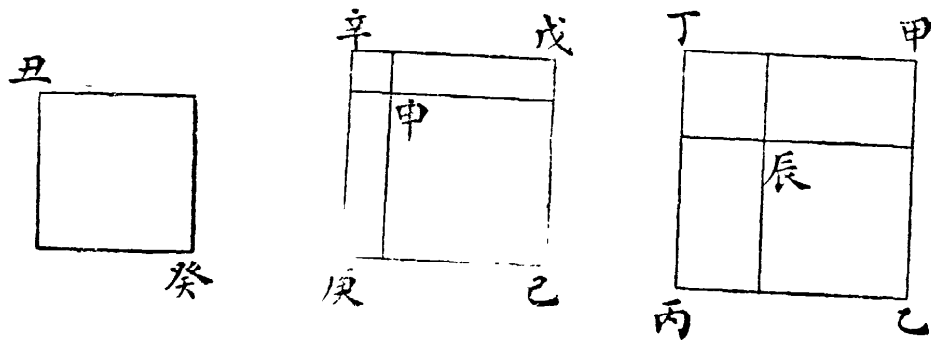
⑤若云兩邊相和二十八尺大積比小積多一百六十八尺則以和除多積得較如上圖爲以丑丁除得丑丙也

⑥如大方邊比中方邊多三尺中方邊比小方邊亦多三尺三方共積三百八十一尺問各邊法以較三尺自乘得九尺倍之得十八尺於共積內減之餘三百六十三尺三歸之得中方積一百二十一尺開方得中方邊十一尺減三尺得小方加三尺得大方試剪紙作三方形相疊如圖甲乙小方甲丙中方甲丁大方丙丁較三尺自乘方倍之爲戊壬於共積內減去將丙己剪下移補小方之庚丙又將辛戊剪下移補小方之辛乙則成三個中方相疊故三歸而開之一法以二較相加得六尺爲大小方邊之較自乘得三十六尺爲下圖丁辰方又以中小之較三尺自乘得九尺爲下圖辛申方俱於共積內



減去餘三百三十六尺爲下圖辰乙申
己癸丑三小方辰甲辰丙申戊申庚四
長方之共積引長之爲下圖之壬乾長
方三因之爲下圖之艮乾長方以大小
方邊較六尺倍之得十二尺爲下圖之
巽離以中小較三尺倍之得六尺爲下
圖之離乾合之共十八尺爲縱方用帶
縱較數開方法算之得下圖之艮巽方
邊艮癸三歸之爲小方邊壬癸也

⑤如三角形積三百八十四尺乙丙底邊
三十二尺今自甲角將原積平分爲二
問各得底邊若干曰折半卽是蓋乙
丙折半於丁作甲丁線分三角爲兩一
甲丁丙一甲丁乙同以甲戊垂線爲高

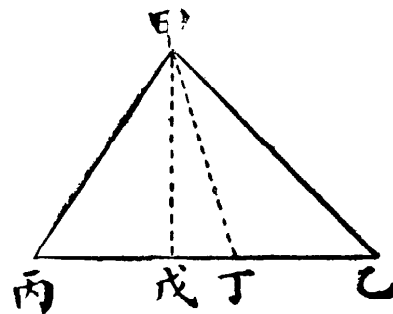
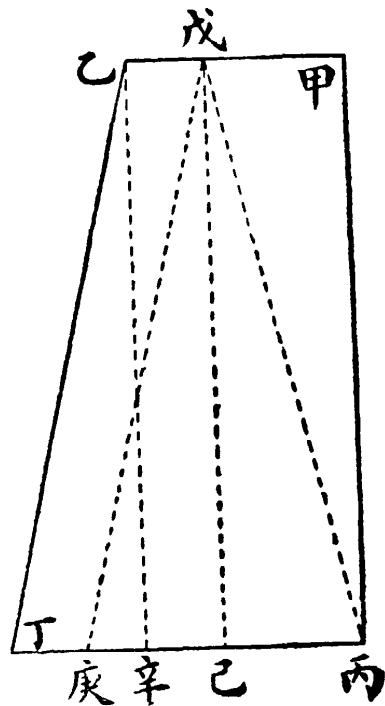


高同底。則積必相等也。詳三角舉要三卷第五頁。如分三分四分者。做此類推。

⑤如四邊形。無直甲乙邊八丈。丙丁邊十二丈。此兩邊平行。面積一百六十丈。今將原積分爲四分。問每分截邊若干。法併八與十二。得二十丈。四歸之。得五丈。即每分所截邊也。

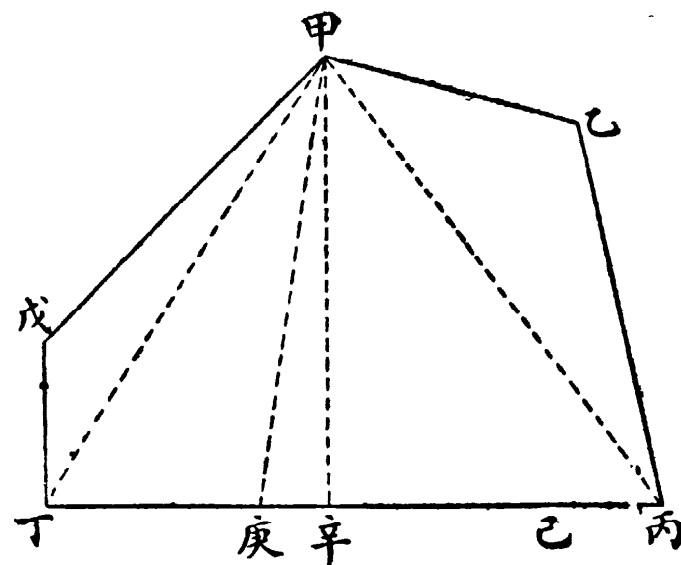
如圖。自甲量至戊五丈。爲甲丙戊句股形。得一分。又自丙量至己五丈。爲戊己丙句股形。得一分。又自己量至庚五丈。爲戊己庚句股形。得一分。又自庚量至丁二丈。自戊量至乙三丈。合之亦五丈。爲戊庚丁乙斜方形。得一分。此三句股一斜方。並以乙辛垂線爲高。其底之折半又等。句股形底五丈。折半得二丈五尺。以乘高。斜方形半。亦併上三下二。折半得二丈五尺。以乘高一也。故積等也。

⑥如五邊形。積一十九丈九十八尺。甲乙邊二丈五尺。乙丙邊三丈九尺。丙丁邊六丈。丁戊邊一丈五尺。



甲戊邊四丈一尺。甲丙斜線五丈六尺。甲丁斜線五丈二尺。今自甲角將面積平分爲三分。問截各邊若干。

法三歸面積。得每分六丈六十六尺。乃算甲乙丙三角形。得積四丈二十尺。尙少二丈四十六尺。因截甲己丙以益之。截法算得甲丙丁三角積一十三丈四十四尺爲一率。應補之二丈四十六尺爲二率。丙丁底爲三率。求得四率丙己。卽應截第一分之邊也。又以甲丙丁三角積十三丈四十四尺爲一率。第二分積六丈六十六尺爲二率。丙丁底爲三率。求得己庚。卽應截第二分之邊也。蓋兩形同高。甲辛者。其兩積之比例。同於兩邊之比例。已見上第十五條。彼條言平行綫。卽此條之言同高也。不論方形三角形一也。



算迪卷三下

曲線面

①員徑求周。用周徑定率比例。以定率徑數一〇〇〇〇〇〇〇〇爲首率。周數三一四一五九二六五爲二率。或用一一三爲一率。三五五爲二率。或用七爲一率。二二爲二率。今所設徑爲三率。求得四率爲今周。

○員周求徑。照上條而轉用之。以一率爲一率。一率爲二率。四率爲三率。三率爲四率。

③員徑求積。一法求得周。周徑各折半。相乘得積。若全周全徑相乘。則四歸得積。又法用方員同根異

徑^{即方}邊・自乘爲三率。求得四率爲今積。又法。用方員同積異根定率比例。以定率員徑一〇〇〇〇〇積定率比例。以定率方積一〇〇〇〇〇〇〇爲一率。員積〇七八五三九八一六爲二率。今設員

○○○○爲一率。方邊○八八六二二六九二爲二率。今設員徑爲三率。求得四率。爲與員等積之方邊。自乘得積。又法以方周四五二謂方邊與員徑同爲一一三。方邊有四。共得四五二也。爲一率。員周三五五爲二率。今員徑方即邊爲三率。求得四率。乘員徑得積。或用今員徑自乘爲二率。求得四率。即今積。

(四)員周求積。一法求得徑。周徑各折半相乘得積。**一法以員周一自乘方積**○○○○○○○○○
為一率。員周一百尺。自乘得平方一萬尺是也。**員實積**○○七九五七七四七爲二率。員周一百尺。自乘得平方一萬尺。實得七百九十五尺七七四七也。**以**

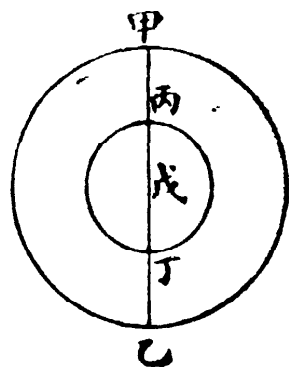
得四率。卽橢員積也。蓋員積與橢員積之比。同於容員正方與容橢員長方之比。見幾何原本八卷第十二節。則正方形與所容員之比。亦必同於長方形與所容橢員之比也。

⑧橢員積及大徑求小徑。法用方員同根異積定率比例。以定率員積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。方積一二七三三三九五爲二率。今設積爲三率。求得四率。爲長方積。以大徑除之。得小徑。

⑨環形內外周併闊求積。法併內外周折半乘闊得積。蓋凡員形半徑。乙戊

與句股形之句己等。其外周與句股形之股庚等。則員與句股積等。如下

圖戊己庚大句股形。與甲乙大員等積。戊丑辛小句股形。與丙丁小員等積。戊丁半徑。與戊丑句等。丙丁外周。與丑辛股等。於甲乙大員積內。減丙丁小員積。猶之於戊己



庚大句股積內。減戊丑辛小句股積也。所餘爲己庚辛丑形。應將癸庚寅移補寅壬辛。成己癸丑壬長

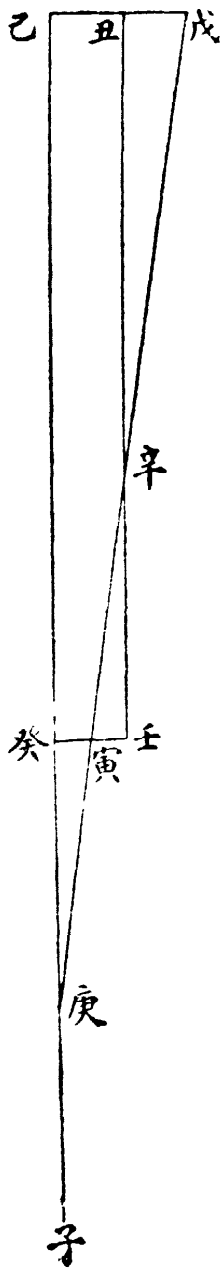
方形。其積與環形等。故

併內外周折半。如將丑

辛變爲庚子。與己庚相

加。而折半於癸。以與己

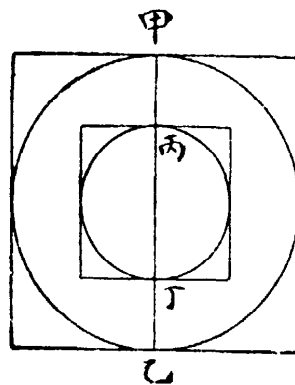
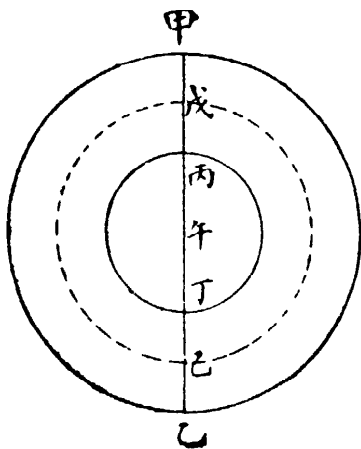
丑卽甲丙也相乘。得積也。



⑩環形內外徑求積。法以外徑甲乙求得外周，以內徑丙丁求得內周，又以二徑相減，減於甲乙內，餘丙乙折半，得丁乙為闊，依上條法算之。又法以二徑各自乘，相減，餘為方環積，乃用方員積定率比例，以定率方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率，員積〇七八五三九八一六為二率，今所得之方環積為三率，求得四率，即員環形積也。

⑪環形內外周求積。法以各周求各徑，而以兩徑相減，餘折半為闊，依前法算之。又法，內外周各自乘，相減，餘為三率，乃用員周自乘方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率，員積〇〇七九五七七四七為二率，求得四率，即環形積。

⑫環積及闊求內外徑。法以闊丁乙除積，得中周戊己圈，乃內外周折半之數，求得中周之徑戊己。若加闊丁乙，猶之加甲戊己乙，甲戊與戊丙，丁己與己乙，皆等，故加丁乙，即外徑甲乙。若減闊丁乙，猶之減戊丙丁己，即內徑丙丁也。又法，用方員積定率比例，以定率員積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率，方積一二七三二三九五四為二率，今員環積為三率，求得四率，為方環積，於是照直線篇第十四條法，以闊自乘，四因之，於方環積內減



去餘數四歸之爲實。以闊爲法除之。得內徑。加兩個闊數。得外徑。

⑤環積與闊求內外周。法以闊除積。得中周。又用徑求周法。以徑數一〇〇〇〇〇〇〇爲一率。周數三一四一五九二六五爲二率。闊爲三率。求得四率辛丑。爲內外周減餘折半之數。名半較。以加中周。得外周。若以減中周。則得內周。如下圖。己庚。卽上圖午乙半徑。庚辛。卽上圖甲乙外周。己庚辛句股形積。與上甲乙大圓積

等。以此例之。則己壬癸

小句股積。亦必與上圖

丙丁小員積等。說詳上第九條。

兩句股積相減。所餘庚

辛壬癸形積。改爲庚丑

壬子長方形積。卽環形

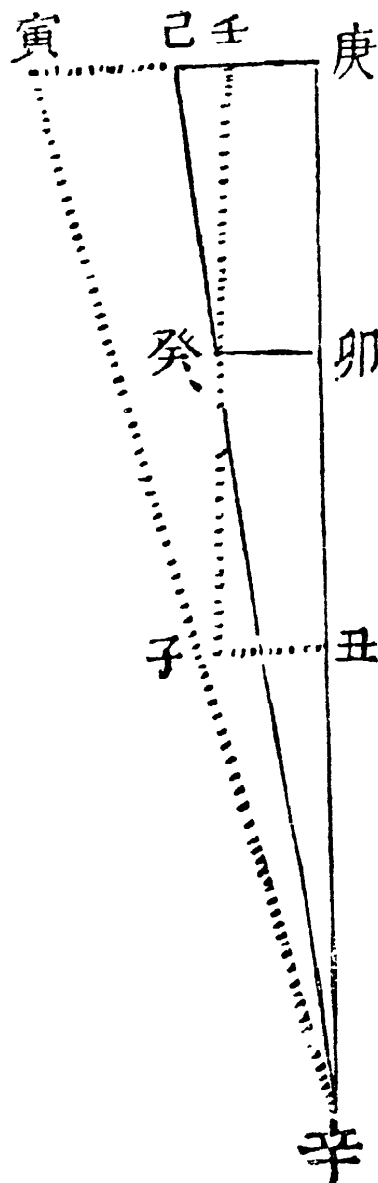
積也。故以壬庚卽丁乙闊除之。得庚丑。爲內外周併折之戊己中周。又倍己庚。

卽上圖之午丁。

半徑。爲庚寅

全徑。與全周庚辛相比。同於上圖丁乙闊。卽子丑。與辛丑之比。蓋丁乙爲內外徑相減折半之餘。辛丑

爲內外周相減折半之餘。爲相當比例四率也。旣得辛丑。與丑卯等。卽庚辛外周。大於庚丑中周之較。



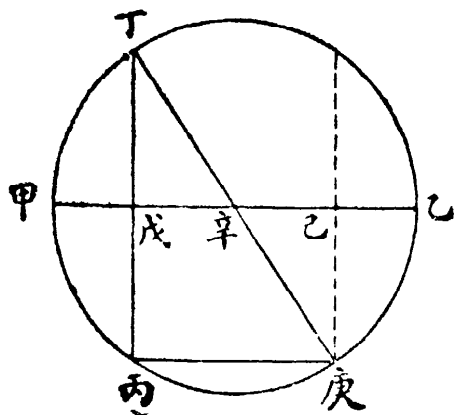
亦卽壬癸內周小於庚丑中周之較也。

⑤環積有內周求外周及闊。法以內周求出內徑。又求出內積。與環積相加。得外周大員積。乃用方員積定率比例。以定率員積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。方積一二七三二九五四爲二率。今所得外周大員積爲三率。求得四率。爲外徑自乘方積。開方得外徑。減去內徑。折半得闊。又用徑求周法得周。

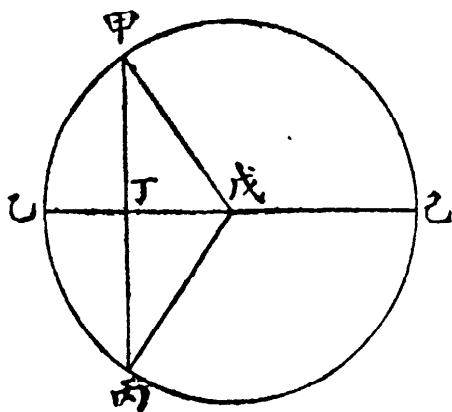
⑥環積有外周求內周及闊。法倣上條。改相加爲相減。

⑦員徑截弧矢形有矢求弦。法以矢爲首率。徑矢相減。餘爲末率。首末率相乘。卽中率自乘數也。開方得中率。爲半弦。倍之爲全弦。又法用半徑爲弦。又以半徑減矢餘爲句。句弦求得股。倍之卽所求。

⑧員徑截弧矢有弦求矢。法以半弦。丁戊爲中率。自乘爲長方積。中率自乘本正方積。因其積與首末二率相乘積等。故又爲長方積。以全徑爲長闊和。用帶縱和數開方法算之得矢。又法半徑。丁辛爲弦。半弧弦。丁戊爲股。求得。辛戊句以減。辛甲半徑餘爲。甲戊矢。若以全徑爲弦。全弧弦爲股。求得句。以減全徑。餘折半爲矢。如圖。丁庚全徑爲弦。丁丙弧弦爲股。求得庚丙句。卽戊己於甲



一一一



二率己丙大段爲三率求得四率己丁以加乙己得員全徑蓋甲己乙與丁己丙爲同式三角形乙角丙角並對甲丁弧甲角丁角並對乙丙弧兩己角爲對角故曰同式故其比例同也

員截弧矢作一偏矢分全弦爲大小二段問員徑如圖乙甲丁弧矢

形作甲戊偏矢凡矢必居弦之正中今不正中故曰偏分乙丁弦爲乙戊一小段戊丁一

大段法以偏矢甲戊爲一率乙甲戊小句股之句乙戊小段爲二率乙甲戊小句股之股戊

丁大段爲三率丙丁戊大句股之句求得四率戊丙大句股加偏矢甲戊成甲丙爲股又以乙戊小段與戊丁大

段相減餘戊己即甲庚爲句求得丙庚

弦即員徑也

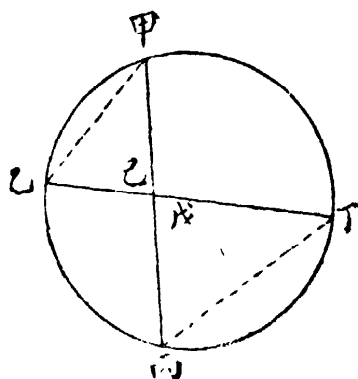
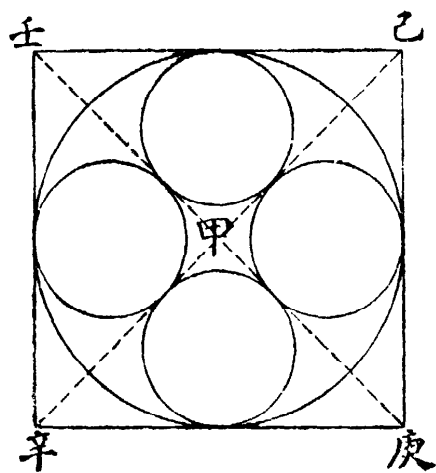
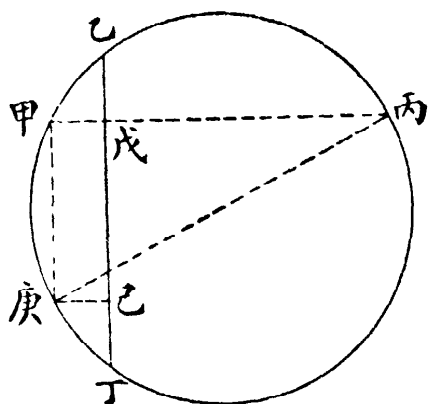
一大員容四小員以大員徑求小員徑

法以己庚大徑自乘倍之開方得己辛

壬庚對角斜線詳直線形首兩條內減大員徑

餘即小員徑如圖己甲庚等句股形

凡四各容一小員而句股容員法以句



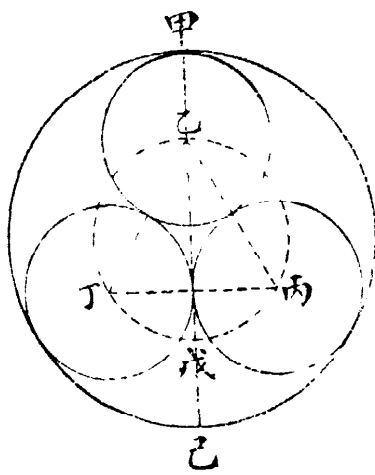
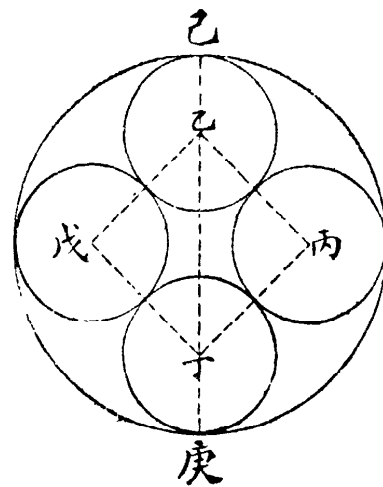
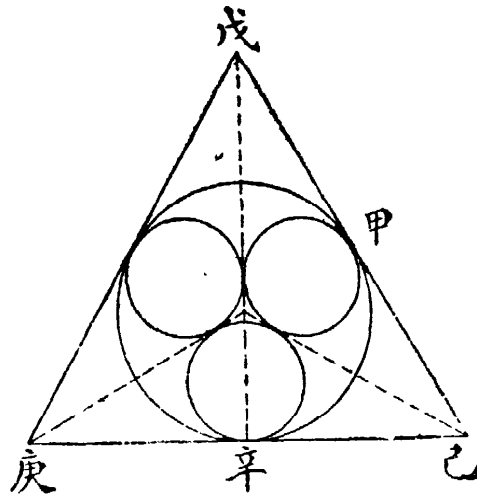
股和與弦相減。餘爲容員徑。見句股求容員徑條。今已庚大徑。卽句股形之形之弦。己辛對角斜線。卽句股之和也。己甲如股。甲辛卽甲庚如句。故減餘。卽小員徑。

④一大員容四小員。以小員徑求大員徑。法以小徑自乘。倍之。開方。得乙丁對角線。加小徑。己乙合丁庚。得大徑己庚。如圖。於四小員心起。作乙丙丁戊正方形。卽小徑自乘方也。倍之。開得乙丁對角斜線。加己乙丁庚。俱小員半徑。合之爲小員全徑。得大員徑。

⑤一大員容三小員。以大員徑求小員徑。法以大徑。求得外切三角形

之每邊。如庚己。求法詳下員外切三邊形求邊條。爲底。以大徑丁庚。丁己爲兩腰。戊辛中垂線。三分。減丁辛一分。餘戊丁二分。與大徑等。丁己丁庚同。丁辛爲心垂線。用三角容員法。求得丁己庚三角所容小員半徑。倍之爲全徑。

⑥一大員容三小員。以小員徑求大



員徑。法以小徑爲等邊三角形^{乙丙丁}之一邊。如^乙用等邊三角求外切員徑法求得外切員^{乙丙}。徑乙戊。加小徑^{甲乙}合得大徑^甲己。

員容各等邊形

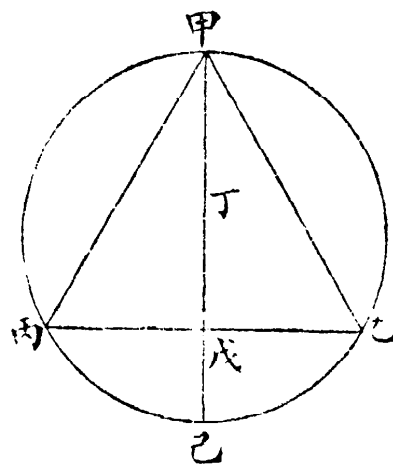
①員容三等邊形求邊求積。

求邊法見六宗。一法以半徑十萬爲一率。六十度正弦八萬六千六百〇三弱爲二率。今設半徑丁己爲三率。求得四率丙戊。倍之得丙乙邊。一法用定率比例以定率員徑一〇〇〇〇〇〇〇〇

〇爲一率。所容三邊形邊八六六〇二五四〇爲二率。今設徑爲三率。求得四率。即今邊。求積法已見三角求積。一法用定率比例以定率員徑自乘方積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。所容三等邊形積三二四七五九三爲二率。今設徑自乘積爲三率。求得四率。即今積。

②員容四等邊形求邊求積。

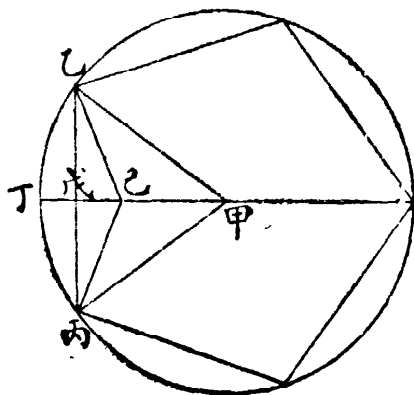
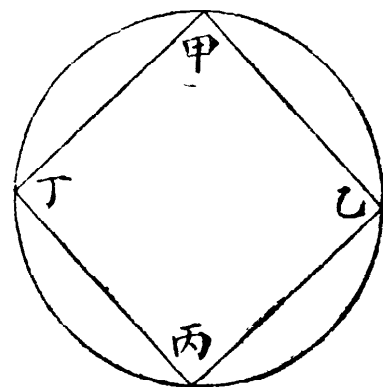
求邊見六宗。又法以半徑十萬爲一率。四十五度正弦七萬〇七百一十一爲二率。今設半徑爲三率。求得四率。倍之即是。一法用定率比例以定率員徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。所容四



等邊形之邊七〇七一〇六七八爲二率。今設徑爲三率。求得四率爲
 今邊。得邊而積可知。一法用定率比例。以定率員徑自乘積。一〇〇
 〇〇〇〇〇〇爲一率。所容四等邊形積五〇〇〇〇〇〇〇〇爲二
 率。今設徑自乘爲三率。求得四率卽是。

③員容五等邊求邊求積

求邊法見六宗。一法半徑十萬爲一率。三十六度正弦五萬八千七
 百七十九爲二率。今半徑爲三率。求得四率乙戊。倍之得乙丙。爲今邊。
 一法用定率比例。以定率員徑自乘積。一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。所容五等邊形邊五八七七八五二五爲二率。今徑爲三率。得四率
 徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。所容五等邊形邊五八七七八五二五爲二率。今徑爲三率。得四率
 爲今邊。求積法。以半徑甲丁爲弦。乙丙邊折半爲句。句弦求得甲戊
 股。爲中垂線。又法。照六宗第四條。求得甲己中率。加己戊半末率。爲中
 垂線。既得中垂線。與乙戊相乘。五因之。卽五邊形面積也。一法。用定
 率比例。以定率員徑自乘方積。一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。所容五
 等邊形積五九四四一〇三一爲二率。今徑自乘爲三率。求得四率爲
 今積。



④員容六等邊形求邊求積

求邊見割員法最直捷不用別法求積見三角求積 又法用定率比例以定率員徑自乘方積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率所容六等邊形積六四九五一九〇五爲二率今徑自乘爲三率今積爲四率

⑤員容七等邊形求邊求積

求邊法照六宗員容十四邊條求得十四邊之一邊又照六宗員容七邊條求得邊 又法以半徑十萬爲一率二十五度四十二分五十一秒有餘之正弦四萬三千三百八十八爲二率今半徑爲三率求得四率倍之卽是 又法用定率比例以定率員徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率所容七等邊形之邊四三三八八三七四爲二率今徑爲三率求積法以半徑爲弦每邊折半爲勾求得股爲三角形之中垂線與每邊折半之數相乘得積七因之一法用定率比例以定率員徑自乘方積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率所容七等邊形積六八四一〇二五四爲二率今徑自乘爲三率

⑥員容八等邊形求邊求積

求邊法見割員第二條 又法以半徑十萬爲一率二十二度三十分正弦三萬八千二百六十八爲二率今半徑爲三率求得四率倍之得邊 又法用定率比例以定率員徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲

一率所容八等邊形之邊三八二六八三四三爲二率今徑爲三率求之求積法以半徑爲弦一邊折半爲句求得股爲中垂線與句相乘得積八因之即得又法用定率比例以定率員徑自乘方積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率所容八等邊形積七〇七一〇六七八爲二率今徑自乘爲三率求得四率卽是

⑦員容九等邊求邊求積

求邊法照六宗員容十八邊及九邊二條算之又法以半徑十萬爲一率二十度之正弦三萬四千二百〇二爲二率今徑爲三率求得四率倍之即得又法用定率比例以定率員徑一〇〇〇〇〇〇〇爲一率所容九等邊形之邊三四二〇二〇一四爲二率今徑爲三率求之求積法以半徑爲弦每邊折半爲句求得中垂線以乘句九因之即得又法用定率比例以定率員徑自乘方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率所容九等邊形積七二三一三六〇六爲二率今徑自乘爲三率求之

⑧員容十等邊求邊求積

求邊法照六宗第四條又法以半徑十萬爲一率十八度之正弦三萬〇九百〇二爲二率今徑爲三率求得四率倍之即得又法用定率比例以定率員徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率所容十等

邊形之邊三〇九〇一六九九爲二率。今徑爲三率。求之。求積法。以半徑爲弦。每邊折半爲句求得股。爲中垂線。以乘句。十因之即得。又法。用定率比例。以定率員徑自乘方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。所容十邊形積七三四七三一五六爲二率。今徑自乘爲三率。求之。

員外切各等邊形

○員外切三等邊形求邊求積。

求邊法。以員徑甲乙即丙庚爲弦。詳三角求容員徑第一條半徑己庚爲句。句弦求得股丙己。倍之得丙丁。爲三角

形之一邊。一法。以員半徑十萬如。庚己爲一率。六十度正切。一十

七萬三千二百〇五〇八。如丙己爲二率。今員徑庚己爲三率。求得

四率丙己。倍之得丙丁。一法。以員徑一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一

率。三角邊一七三二〇五〇八爲二率。今徑爲三率。求得四率丙

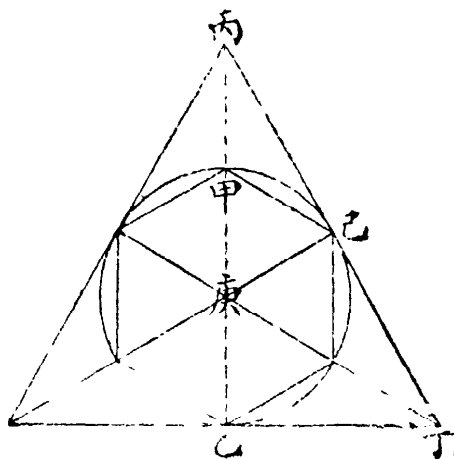
丁邊。既得邊。折半乘庚己。三因得積。求積又法。以員徑自乘方積

一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。外切三角積一二九九〇三八一〇

爲二率。今徑自乘積爲三率。求得四率爲今積。

○員外切五等邊形求邊求積。法以員半徑辛乙爲首率。即理分中末線之全分

照六宗第四條。理分中末線法。



求出中率。即理分中末線之大分。倍之得辛己爲弦。半徑辛乙爲股。股弦求得己乙

句。倍之得己戊。即五邊形之一邊。問何以知辛己之爲倍中率。曰以丙壬

之爲倍中率例之也。蓋辛乙己小句股形。與丙癸壬大句股形同式。大形

與小形乙角。同爲直角而等。又大形丙爲界角。小形辛爲心角。心角所對弧。小于界角所對弧一半。則二角又等。而餘一角亦必等也。可相比例法

爲以丙癸首率。比丙壬倍中率。若辛乙首率。比辛己倍中率也。然何以知

丙壬爲倍中率。曰丙戊己大三角形。與戊己壬小三角形同式。大形之丙角。當戊己邊

與小形之戊角。當庚己邊相等。又兩形同用己角。亦相等。則餘一角亦必等可知也。則比例同。故丙戊爲首率。戊己爲中率。己壬爲末率。是丙壬固

等戊己中率也。丙己同丙戊爲首率。於首率內減壬己末率。則丙壬固中率也。然則若以丙戊之半丙癸爲首率。則丙壬之半丙子爲中

率。丙壬必爲倍中率矣。一法以半徑十萬如辛乙爲一率。三十六度正切七萬二千六百五十四。如

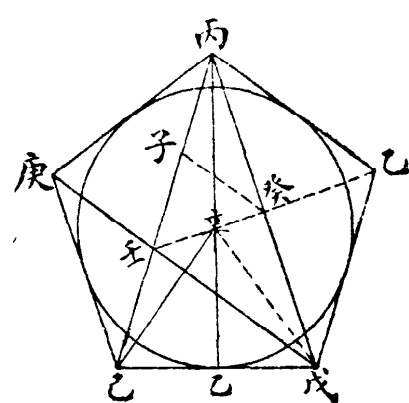
乙己爲二率。今半徑辛乙爲三率。求得四率乙己倍得戊己。一法以員徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲

一率。五邊形之一邊七二六五四二五二爲二率。今徑爲三率。求得四率戊己邊。既得邊。折半乘辛乙

得辛戊己三角積。五因之。爲五邊形積。又求積法。用定率比例。以員徑自乘積一〇〇〇〇〇〇〇〇

〇爲一率。五邊形積九〇八一七八一六爲二率。今徑自乘爲三率。求得四率爲今積。

員外切六等邊形。求邊。求積。求邊法。照割員第三條。又法以半徑壬乙自乘。三歸而四因之。開方



得戊己。即所求邊。蓋半徑壬乙。即壬戌己三角形之中垂線。垂線自乘積。爲壬己即戊己邊自乘積四分之三也。理詳三角求中垂線等邊第一條。又法。以半徑十萬爲一率。三十度正切五萬七千七百三十五爲二率。今

徑爲三率。求得四率。倍之即是。又法用定率比例。以定率員徑一〇〇〇〇〇〇〇爲一率。外切邊五七七三五〇二七爲二率。今徑爲三率。求之。求積法照上條。又法用定率比例。以定率員徑自乘方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。外切積八六六〇二五四〇爲二率。今徑自乘爲三率。求之。

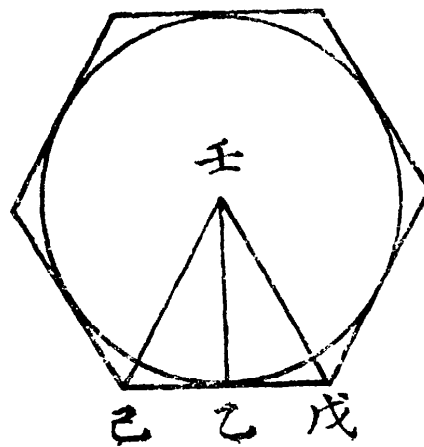
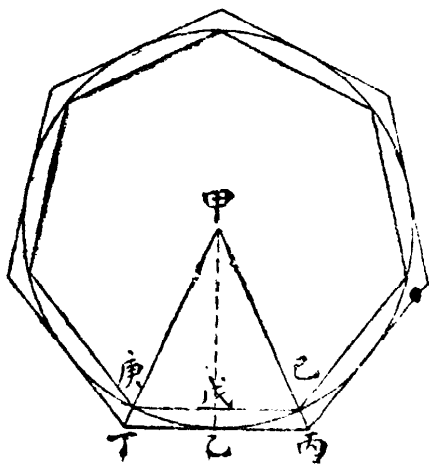
④員外切七等邊形求邊求積。

照員容七等邊形法求得內容七等邊之每一邊己庚。及其中垂線甲戊。乃以中垂線甲戊爲一率。己庚邊爲二率。今半徑甲乙。即今垂線爲三率。求得四率丙丁。即今邊。下九邊十邊二條做此。

又法。

一 半徑十萬。

二 二十五度四十二分五十一秒正切四萬八千一百五十七。



三 今半徑。

四 丁乙倍之得丁丙爲今邊。

又法。

一 員徑一〇〇〇〇〇〇〇〇。

二 外切七邊形邊四八一五七四六二。

三 今徑。

四 今邊。求積照上條法。

又法。

一 員徑自乘方積一〇〇〇〇〇〇〇〇。

二 外切七邊形積〇八四二七五五八。

三 今徑自乘積。

四 今切七邊積。

⑤員外切八等邊形求邊求積。

法以員徑自乘倍之開方得子寅對角斜線與辰己半徑相減餘子辰己寅二段子辰卽辰丁己寅卽

辛巳又卽丙辰合之爲丙丁卽今邊也。

一法。

一半徑十萬。

二 二十二度三十分正切四萬一千四百二十一。

三 今半徑。

四 倍之爲今邊。

又法。

一 員徑一〇〇〇〇〇〇〇〇。

二 外切八邊形邊四一四二一三五六。

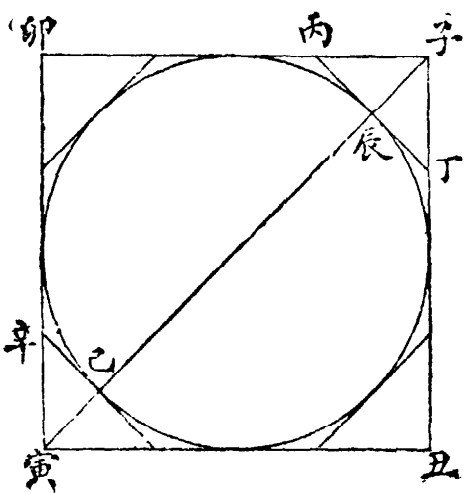
三 今徑。

四 今邊。求積做上條。

又法。

一 員積一〇〇〇〇〇〇〇〇。

二 外切八邊形積一〇五四七八六一七。



三 今員積。

四 今切八邊形積。

⊕員外切九等邊形求邊求積。
求邊法照上七邊條。

又法。

一 半徑十萬。

二 二十度正切三萬六千三百九十七。

三 今半徑。

四 倍之爲今邊。

又法。

一率 員徑一〇〇〇〇〇〇〇。

二率 外切九邊形邊三六三九七〇二四。

三率 今徑。

四率 今邊。求積法倣上條。

又法。

一 員積一〇〇〇〇〇〇〇〇。

二 外切九邊形積一〇四二六九七九一。

三 今員積。

四 今九邊形積。

⑦員外切十等邊形求邊求積。

求邊法照上七邊條。

又法。

一 半徑十萬。

二 十八度正切三萬二千四百九十二。

三 今半徑。

四 倍之爲今邊。

又法。

一 員徑一〇〇〇〇〇〇〇〇。

二 外切十邊形邊三二四九一九七。

三 今徑。

四 今邊。求積法倣上條。

又法。

一 員徑自乘積一〇〇〇〇〇〇〇〇。

二 外切十邊形積八一二二九九二四。

三 今徑自乘。

四 今積。

各等邊形

○五等邊形以邊求積。

法以三十六度正弦。如丁辛五萬八千七百七十九爲一率。半徑如己丁十萬爲二率。今邊折半丁辛爲三率。求得四率己丁。爲外切圓之半徑。照員容五等邊形條求得積。此卽員容五等邊法而轉用之者也。又法以三十六度正切如辛丁七萬二千六百五十四爲一率。半徑如己辛十萬爲二率。今邊折半辛丁爲三率。求得四率己辛。爲容員半徑。照員外切五等邊形法求得積。此卽員外切五等邊法

而轉用之者也。一法用六宗第四條理分中末線法以每邊丙丁

爲首率。改名中率求得中率丙庚。改名末率所以改名者以丁丙庚形與甲丙丁同式可相比例則甲丁爲首

率丙丁固中率也。以丙庚與甲庚卽丙丁相加得甲丙爲弦。甲丙卽甲丁

理分中末線法求首率兼有中末二率甲丙既卽甲丁首率也。則必兼有丙庚末率與丙午中率而甲庚之卽丙丁可知矣。以丙丁折半

得丙辛爲句句弦求得甲辛股又以辛丁爲中率自乘得數以甲辛

爲首率除之得末率辛壬。中率自乘與首末率相乘同積故以首率除之得末率既得辛壬與甲

辛相減餘折半得己辛爲五等邊容員之半徑照外切五等邊條求

積。一法既得甲辛與丙辛相乘得甲丙丁三角形積又以甲辛與乙庚相乘卽得甲乙丙甲戊丁兩

三角形積合之爲五邊形積問欲求甲乙丙甲戊丁兩三角形積當以乙丑垂線乘甲丙底得之今以

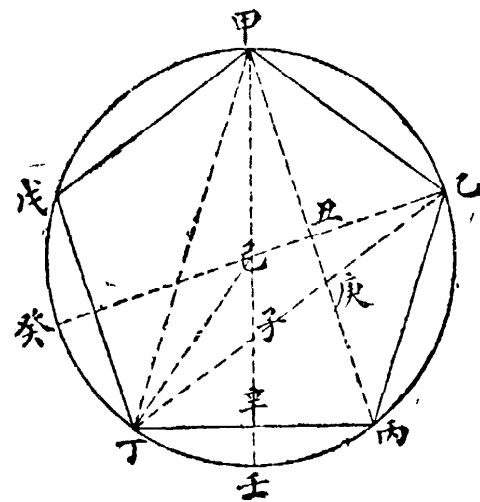
甲辛乘乙庚何也曰乙丑庚小句股形與甲辛丙大句股形同式。大形辛角小形丑角皆正角而等又大形甲角所對丙壬弧與小形乙角所對癸丁

弧無異則又等而餘一角亦必等故爲同式形可相比例法爲甲丙首率弦比甲辛次率股若乙庚三率弦比乙丑四率股凡

二率三率相乘與首末二率相乘等積故以甲辛乘乙庚代乙丑乘甲丙也。又法用邊同積異定率

比例以定率正丁。庚丙己積一〇〇〇〇〇〇〇〇。丙丁邊自乘所得爲一率五邊形。甲乙丙丁戊積一七二〇四

七七四一爲二率今邊爲三率求得四率爲今積。又法用異邊同積定率比例以定率五邊形邊七



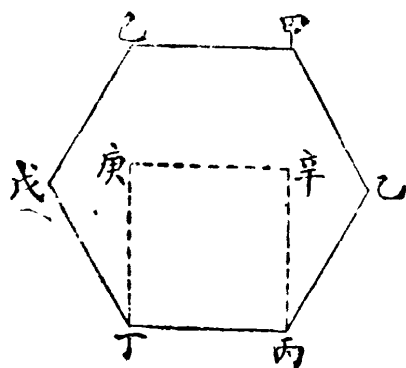
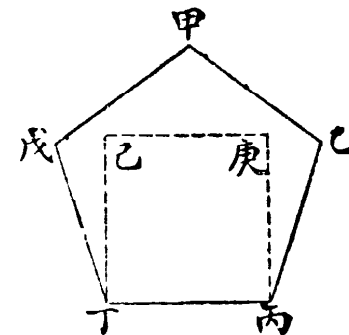
六二三八七〇五爲一率正方形邊一〇〇〇〇〇〇〇爲二率今邊爲三率求得四率爲同積之正方邊自乘得積卽同本形積

⊗若五等邊形以積求邊

法用同邊異積定率比例以定率五邊形積一七二〇四七七四一爲一率正方形積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率今設形積爲三率求得四率爲正方形開方得邊又法用同積異邊定率比例以定率正方形邊一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率五邊形邊七六二三八七〇五爲二率今設形積開方得正方邊爲三率求得四率爲今邊

⊙六等邊形以邊求積

法照等邊三角形求中垂線法求得中垂線與邊相乘折半得三角形積六因之卽得又法用同邊異積定率比例以定率正方形_{庚辛丙}積一〇〇〇〇〇〇〇爲一率六等邊形積二五九八〇七六二〇爲二率今設邊自乘方積爲三率求得四率卽今積又法用同積異邊定率比例以六等邊形之邊六二〇四〇三四爲一率正方形邊一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率今設邊爲三率求得四率爲正方形邊自乘得方積卽今



設形積。

●若六等邊形以積求邊。

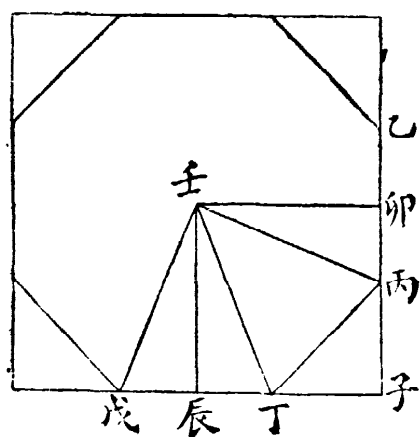
法用同邊異積定率比例以定率六等邊形積二五九八〇七六二〇爲一率。正方形積一〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今設積爲三率求得四率開方得今邊。又法用同積異邊定率比例以定率正方形邊一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。六等邊形之邊六二〇四〇三二四爲二率。今設積開方得方邊爲三率求得四率爲今邊。

●七等邊形以邊求積。

法以二十五度四十二分五十一秒有餘之正弦四萬三千三百八十八爲一率。半徑十萬爲二率。今設邊折半爲三率求得四率爲外切員之半徑。照員容七等邊條求得積此卽員容七等邊形法而轉用之者也。一法照員外切七等邊形法而轉用之以求得積做上五等邊條。又法用同邊異積定率比例以定率正方形積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。七等邊形積三六三三九一二四〇爲二率。今設邊自乘方積爲三率求得四率爲今積。又法用同積異邊定率比例以定率七等邊形邊五二四五八一二六爲一率。正方形邊一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今設邊爲三率求得四率爲方邊自乘得方積卽是。

用同邊異積定率比例。以定率七等邊形積三六三三九一二四〇爲一率。正方形積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今設積爲三率。求得四率。開方得今邊。又法。用同積異邊定率比例。以定率正方形邊一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。七等邊形之邊五二四五八一二六爲二率。今設積開方得正方形邊爲三率。求得四率。卽今邊。

法做五等邊條。照員容八等邊形法轉用之。或照員外切八等邊形法轉用之。並可求積。又法。用同邊異積定率比例。以定率正方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。八等邊形積四八二八四二七一二爲二率。今設邊自乘方積爲三率。求得四率爲今積。又法。用同積異邊定率比例。以定率八等邊形之邊四五五〇八九八五爲一率。正方形邊一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今設邊爲三率。求得四率爲方邊。自乘得方積。卽是。又法。以每邊丙丁自乘。丙丁爲丙子丁。句股形之弦。折半開方。得丙子。如股。與每邊之半卯丙。卯丙爲乙丙。邊之半。相加成卯子。卽同壬辰垂線。與丁戌相乘。折半。八因之得積。



④若八等邊形以積求邊。

用同邊異積定率比例以定率八等邊形積四八二八四二七一爲一率。正方形積一〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今設積爲三率。求得四率。開方得今邊。又法。用同積異邊定率比例以定率正方形邊一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。八等邊形之邊四五五〇八九八五爲二率。今設積開方得方邊爲三率。求得四率爲今邊。

⑤九等邊形以邊求積。

法做五等邊條。照員容九等邊形法轉用之。或照員外切九等邊形法轉用之。並可求積。又法。用同邊異積定率比例以定率正方形積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。九等邊形積六一八一八二四二〇爲二率。今設邊自乘方積爲三率。求得四率即今積。又法。用同積異邊定率比例以定率九等邊形之邊四〇二一九九六三爲一率。正方形邊一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今設邊爲三率。求得四率爲正方形邊。自乘得方積。即是。

⑥若九等邊形以積求邊。

用同邊異積定率比例以定率九等邊形積六一八一八二四二〇爲一率。正方形積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今設積爲三率。求得四率。開方得今邊。又法。用同積異邊定率比例以定率正方形

邊一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。九等邊形之邊四〇二一九九六三爲二率。今設積開方得正方邊爲三率。求得四率卽今邊。

⊗十等邊形以邊求積。法倣五等邊條。照員容十等邊形法轉用之。或照員外切十等邊形法轉用之。並可求積。又法。照六宗第四條。理分中末線法。以戊己邊爲首率。改名中求得戊丑中率。改名末率。其故已詳上

五率邊乃以戊丑加戊己。戊己卽子丑也成子戊爲弦。戊己邊之半爲句。句弦求得子卯股。爲子戊己三角

形之中垂線。與戊己相乘。折半。得子戊己三角形積。十因之。得十等邊

形積。詳解五等邊形條又法。用同邊異積定率比例。以定率正方形積一〇〇

〇〇〇〇〇〇爲一率。十等邊形積七六九四二〇八八三爲二率。今

邊自乘方積爲三率。求得四率爲今積。又法。用同積異邊定率比例。

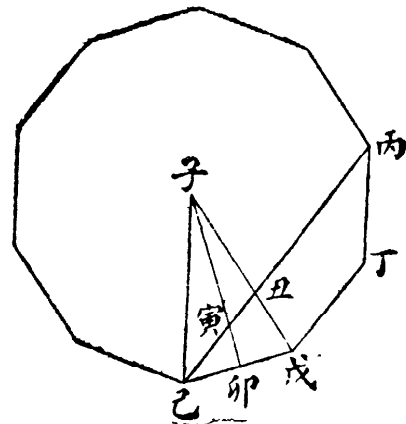
以定率十等邊形之邊三六〇五一〇五八爲一率。正方形邊一〇〇

〇〇〇〇〇〇爲二率。今設邊爲三率。求得四率爲正方邊。自乘得方

積卽是。

⊗若十等邊形以積求邊。

用同邊異積定率比例。以定率十等邊形積七六九四二〇八八三爲一率。正方形積一〇〇〇〇〇〇



○○○爲二率。今設積爲三率。求得四率。開方得今邊。又法。用同積異邊定率比例。以定率正方形邊一○○○○○○○爲一率。十等邊形邊三六〇五一〇五八爲二率。今設積開方得方邊爲三率。求得四率卽今邊。

更面形

①如正方形。每邊一尺二寸。今欲改爲同積之員。問徑若干。法用同積異邊定率比例。以定率正方形每邊一○○○○○○○爲一率。員徑一二八三七九一六爲二率。今邊一尺二寸爲三率。求得四率。員徑一尺三寸五分四釐〇五絲五忽弱。

②如正方形。積一尺四十四寸。今欲作同根之員。問積若干。法用同邊異積定率比例。以定率正方形一○○○○○○○爲一率。員積七八五三九八一六爲二率。今設方積一四四爲三率。求得四率。一尺一十三寸〇九七三三五〇爲員積。

③如員徑一尺二寸。今欲作同積之三等邊形。問每邊若干。法用同積異邊定率比例。以定率員徑一二八三七九一六爲一率。三等邊形邊一五一九六七一三七爲二率。今員徑爲三率。求得四率爲今三等邊形之邊。

④如員積一尺四十四寸。今欲作同根之五等邊形。問積若干。法用同邊異積定率比例。以定率員積

七八五三九八一六爲一率。五等邊形積一七二〇四七七四一爲二率。今員積爲三率。求得四率。卽今五等邊形積。

⑤如六等邊形。每邊一尺二寸。今欲作等積之七等邊形。問每一邊若干。法用同積異邊定率比例。以定率六等邊形每邊六二〇四〇三二四爲一率。七等邊形每邊五二四五八一二六爲二率。今設邊爲三率。求得四率爲今七等邊形之邊。

⑥如五等邊形積一尺四十四寸。今欲作同根之八等邊形。問積若干。法用同邊異積定率比例。以定率五等邊形積一七二〇四七七四一爲一率。八等邊形積四八二八四二七一二爲二率。今設積爲三率。求得四率。卽今八等邊形積也。

開立方方法

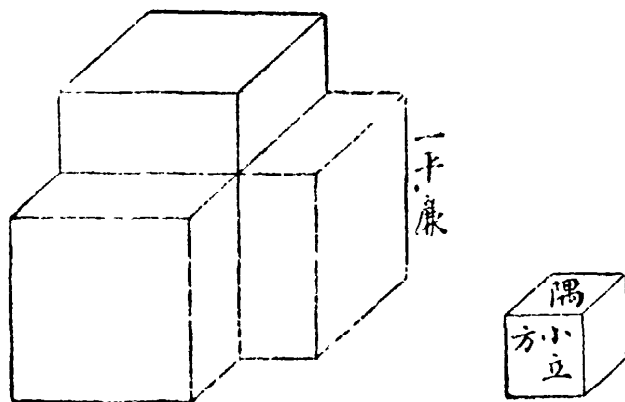
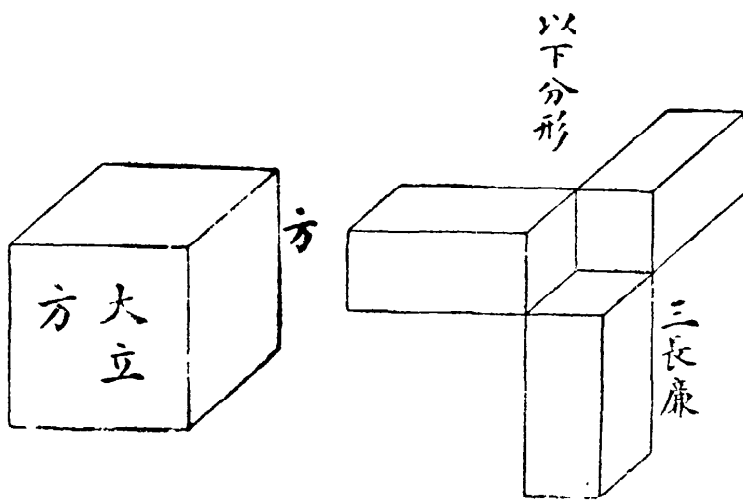
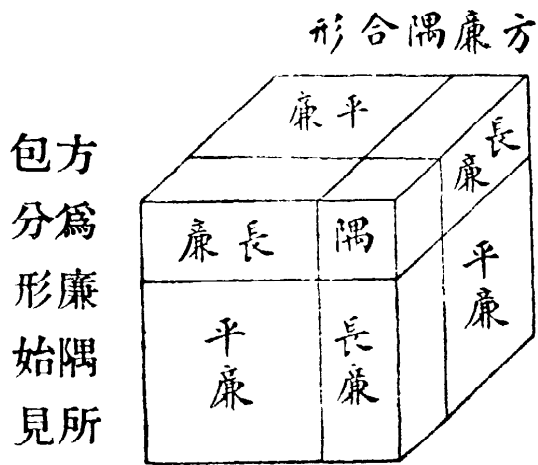
平方形如棋局。立方形如骰子。其邊則長闊高皆相等。如俱三其積則邊自乘再乘之數也。如三尺自乘得平方積九尺。再乘得立方積二十七尺也。開立方者。以所設之積。用法開

除之而得其每邊之數也。初商法用大籌算。

籌式得。朱書乃行數。墨書各數名籌積。乃行數自乘再乘所得。如第四行數四。自乘得十六。再乘得六十四之類。

七	五	三	二	一					
二	一	四	一	二	六	二			
九	二	三	六	五	四	七	八	一	
九	八	七	六	五	四	三	二	一	

初商法看何行籌積與設實相合。如設積二十七尺。查與第三行籌積恰合。則以其行數之三。名之曰三尺。爲初商。除實恰盡。是初商卽了。無次商也。如設實不能與籌積合。則取籌積之略少於設實者。以其行數爲初商。如設積一百七十五尺六寸。則以第五行籌積一百二十五。爲略少於設實。卽用其行數之五。爲初商。於設實內減去籌積一百二十五尺。餘實爲廉隅之積也。平廉長廉各三。隅一。如下圖。



①設如立方積三丈。即三千尺。三百七十五尺。問每邊若干。曰一丈五尺。法列實。隔二位記一點。蓋立方

籌合百十單三位。故截實三位爲一商。又方積三位。定方邊一位也。從實末單尺位記一點。即定此位所商爲尺。次於單丈位記一點。即定此位所商爲丈。即十尺。查止記二點。知商有二次。又查上點單丈上

二	一	三	二
〇	〇	〇	〇
一	一	一	一
三	三	三	三
七	七	七	七
五	五	五	五

缺二位。當作〇〇補之。隨截〇〇三丈爲初商實。查籌積無恰合者。惟第一行積〇〇一略少於實之〇〇三。遂對錄以相減。而以其行數之一爲初商一丈。書於實三丈之旁。餘實二丈三百七十五尺。爲次商廉隅之共積。次商法以初商十尺。自乘得一百尺。三因之。得

三百尺。平廉有三。故三因之。照數取第三籌。加立方大籌上。立方大籌隅積也。隅積之末位。必小於平廉。而積之末位二等。故平廉籌可加立方籌上。名曰平隅共

法。查籌內第五行積。一千六百二十五略小於原實錄之名平隅共積。即取其行數五爲次商。又以初商十尺。三因之。得三十尺。以次商五。自乘得二十五。乘之。得七百五十。名長廉積。與上平隅共積相併。得二千三百七十五尺。長廉積末位。必大於隅積末位一等。併法照等併之。則不錯。詳下條。以減餘實。恰盡。定五尺爲次商。書於原積五

尺之旁。合初次商。共得一丈五尺也。

②今有立方積。一千五百七十七億。萬萬曰億。二千六百五十八萬五千八百二十七尺。問每邊若干。曰

五千四百零三尺。查記四點。知初商是千。上條丈尺並命。此條統以尺命之。則末點所商爲尺。上一點所商爲十。又上爲百。又上爲千也。初商法。截第一

三二二	二六二
一五七	七二六
五、	五八五
四、	八二七
一二五	四六四
三二二	二六二
五、	四〇三
四、	〇、
三二二	二六二

點上一千五百七十億。爲初商實。查大籌第五行積。一千二百五十億。略少於實。錄減訖。定五爲初商。對第一點書之。次商法。截第二點上三百二十七億二千六百萬尺。爲次商實。以初商五千尺。自乘得二千五百萬尺。三因之。得七千五百萬尺。則取七五兩籌。加立方大籌上。查籌內第四行積係三百億。〇〇六千四百萬尺。內三百億。乃三平廉積。餘六千四百萬尺。則隅積也。卽取其行數四。爲次商四百尺。又以初商五千尺。三因之。得一萬五千尺。以次商四百尺。自乘得十六萬尺。乘之。得二十四億尺。爲長廉積。併入平隅共積。得三百二十四億六千四百萬尺。以減截實。定四爲次商。對第二點書之。上條言三長廉積。末位。大於隅積。末位一等。查此隅積末位係四

百萬尺。而長廉積末位乃四億尺。竟大二等。因長廉積乃十六萬乘一萬五千法實之末位。六五相呼。得二億。成十無零。故缺下一位也。更有缺多位者。如以一百二十八尺。乘七十五尺。得九千六百尺。是不惟缺單位。竟連十位亦缺也。此須細察。乃無誤併之患。〇察之之法。須問法實之數。如實三而法一。併之得四。則乘出之積亦必四位。實三而法二。併之得五。則乘出之積亦必五位。今實一百二十八。乘法七十五。乘出之積應五位。乃僅得九千六百兩。計缺三位。又實十六萬乘法一萬五千。乘出之積應四位。今止得二十四億二位。計缺二位。蓋首位皆逢如而退下。末位逢十而進上。故上下並缺也。〇按察法。爲珠算設耳。若籌算。則七五乘一二八。得零九六零。零。同五位也。一五乘一六。得零二四零。同四位也。益知籌算之妙。

三商法。截第三點上二億六千二百五十八萬五千尺。爲三商實。合初次商五千四百尺。自乘得二千九百一十六萬尺。三因之。得八千七百四十八萬尺。卽取八七四八共四籌。加立方大籌上。查三商應商十。而籌積第一行。乃八千七百四十八萬尺。十之則爲八億七千

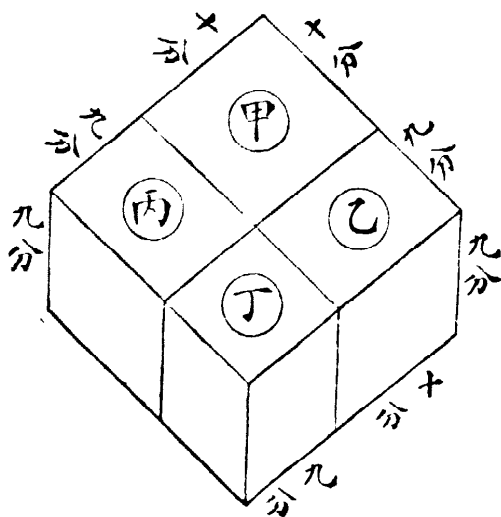
四百八十萬尺。法大實小無可減。知三商不能商十尺。當空一位。遂於次商四百尺之下。對第三點紀
 一○。將前實改入四商實。四商法。截第四照上二億六千二百五十八萬五千八百二十七尺爲四
 商實。次於平廉籌下。立方籌上。加入兩空籌。何者。平廉積末位。本大於隅積末位二等。若三商不空。則
 隅積末位。乃在第三點之千位。平廉積末位。應在十萬位。今因改爲四商。而隅末位之千降爲單。在第
 四點尺位上。其平廉積爲八千七百四十八萬。末位之萬。距隅末位之單計隔四位。故加二空籌也。連若
空二位。則加四
空籌。餘做此。隨查籌內第三行積。略少於實。錄爲平隅共積。卽用其行數三爲四商。又以初次商五
 千四百三因之。得一萬六千二百尺。以四商三自乘得九尺。乘之。得一十四萬五千八百尺。平廉積末位
升二等。則
長廉積末位
亦升一等。併入平隅共積。得二億六千二百五十八萬五千八百二十七尺。除實恰盡。定三爲四商。對
 第四點書之。還原。以所商數。自乘再乘。合原積。蓋凡開立方。除實得盡者。必皆方邊。自乘再乘之積。
 故以開得之方邊。自乘再乘還原。如非方邊。自乘再乘之積。則開之必不能盡。其還原法。將開得之方
 邊。自乘再乘。加入不盡之數。方與原積合。餘實用命分法命之。如立方積十七尺。開得二尺。除積八尺。
 餘實九尺。法以商二尺。自乘得四尺。而三因之。得三平廉共十二尺。又以商二尺。三因之。得三長廉共
 六尺。又加隅一尺。共一十九尺。命之曰二尺又十九分尺之九。意若曰餘實若滿十九尺。卽可商一尺
 矣。今只有九尺。則不能商一尺。止可商十九分尺之九分也。十九分尺之九分者。謂以十九分爲一尺。

而止得九分也。然依古法還原，則不合。蓋古法以分母十九，通商二尺，得三十八分。又加分子九，共得四十七分。自乘得平方積二千二百〇九分。再乘得立方積一十萬〇三千八百二十三分。爲實。別以分母十九分，自乘得平方積三百六十一分。再乘得立方積六千八百五十九分。爲法。法除實，得一十五尺。又六千八百五十九分尺之九百三十八分。較原實一十七尺。少一尺。又六千八百五十九分尺之五千九百二十一分。此乃長廉與隅之差也。何則？一尺化爲十九分者，其邊線也。十九自乘得三百六十一分者，其面幕也。再乘得六千八百五十九分者，其體積也。化二尺爲三十八分，自乘再乘得方積。卽二尺自乘再乘之方積。爲立方一尺者八也。原積十七尺，除方積八尺餘九尺，則廉隅之共積也。以每尺體積六千八百五十九計之，十七尺應共積一十一萬六千六百〇三分。除方積八尺共五萬四千八百七十二分，尙餘六萬一千七百三十一分。乃廉隅共九尺之積。今通分四十七，自乘再乘得一十萬〇三千八百二十三。除方積八尺，共五萬四千八百七十二。止餘四萬八千九百五十一。較原數少一萬二千七百八十分。蓋廉隅之邊，乃十九分尺之九十九分尺之九者，謂立方縱廣高皆一尺，化爲縱廣高皆十九分。今縱廣皆十九分，而高止九分也。邊爲十九分尺之九分，則積爲十九尺之九尺。然則必得十九個縱廣皆十九分高九分者，乃合九尺之數。每尺積六千八百五十九分九尺共積六萬一千七百三十一分。而十九分之，其積三千二百四十九分。十九個三千二百四十九分，亦共得六萬一千七百三十一分也。今平廉縱廣皆三十八分，高九分，是爲縱廣十九分高九分者四個

也。合三平廉計之。則十二個也。尙欠七個。乃三長廉。各當占二個。隅當占一個也。而長廉長三十八分。半之長一十九分。高闊各九分。計積一千五百三十九分。較一個縱廣十九分高九分。積三千二百四十九分者。少一千七百一十分。三長廉共六尺。共少一萬〇二百六十分。是爲長廉之差也。隅縱廣高皆九分。自乘再乘得七百二十九分。較之一個縱廣十九分高九分。積三千二百四十九分者。少二千五百二十分。是隅差也。合二差共一萬二千七百八十分。所當補足。如下新法。而後還原。與原積合也。

新法。以再乘得一十萬〇三千八百二十三爲通積。另以分母十九。自乘。橫直相乘。得面積三百六十一分。內減分子九。自乘八十一。相乘數也。餘面積二百八十分。即甲乙丙三面積。以分子九。當高九分。乘之。得立積二千五百二十分。是補隅差數矣。又置分母十九。子寅。內減分子九。丑寅。餘十分。子丑。以乘分子九。子卯。得面積九十分。以十九分。子辰。乘之。得一千七百一十分。計三長廉共六尺。共一萬〇二百六十分。足補長廉差數。二共併得一萬二千七百八十分。以加通積。廉隅差數皆補足矣。得一十一萬六千六百〇三分爲實。而後以分母十九自乘再乘得六千八百五十九爲法除之。爲圖明之。丁隅也。縱廣高皆九分。積七百二十九分。今取甲乙丙面積。以高九分

補隅差圖

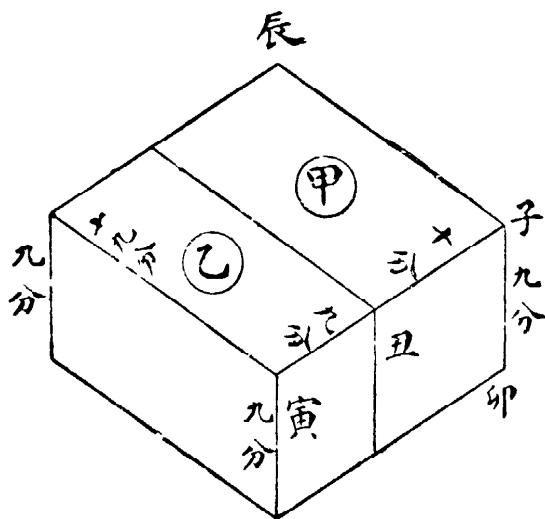


乘之得積二千五百二十分。以加丁七百二十九分。合足一個縱廣十九分高九分。積三千二百四十九分。乙長廉也。長廉十九分。高闊各九分。積一千五百三十九分。今取甲闊十分。乘高九分。再乘長十九分。得一千七百一十分。以加乙一千五百三十九分。合足一個縱廣十九分高九分。積三千二百四十九分之數。

③如有方亭數座。共用方磚一千七百二十八塊鋪地。其所鋪座數。與每座行數。每行磚數皆相等。問亭幾座。曰十二座。法照立方。法開之。蓋每座十二行。乘每行十二磚。如平方之。自乘得平面積一百四十四。又以亭十二座乘之。如立方之。再乘得立積一千七百二十八也。

帶縱較數立方方法。有帶一縱者。有帶兩縱者。而縱數同者。有帶兩縱。而縱數不同者。凡三種。

①如帶一縱之立方積三千七百二十四尺。長闊相等。惟高多五尺。問長闊高各若干。曰長闊皆十四尺。高十九尺。法列實記點如法。查記二點。知初商是十。初商法截第一點上。○○三爲初商實。查立方大籌第一行積○○一少於截實。錄之爲方積。卽以其行數一爲初商十尺。書於上點之旁。次以初商



十尺。自乘得一百尺。以乘高多五尺。得五百尺。錄於○○一之下。爲縱方積。二共○○一五。與原實相減。餘二千二百二十四尺。爲次商實。次商法。以初商十尺。自乘得一百尺。如下圖庚辛方三因之。得三百尺。庚辛及甲壬戊癸也又以初商十尺。乘高多五尺。得五十尺。如甲子二因之。得一

併之得四百尺。

爲平廉面積

乙·一庚辛·一癸己·一壬

又以初商十尺三因之得三十尺加高多五

尺共三十五尺。爲長廉線積。

癸・一寅・一未

合二法以約餘實足商四尺就以四尺爲次商以次商之四

乘長廉線積得一百四十爲長廉面積。癸一

甲壬・一酉
・一壬丁・

又以次商四自乘得十六爲隅面積。辛亥於是併

三面積得五百五十六尺爲共法用五五六三籌取第四

行積二千二百二十四尺。

如次商乘併積・

與餘實對減恰盡定。

四爲次商。書於下點之旁。合問。

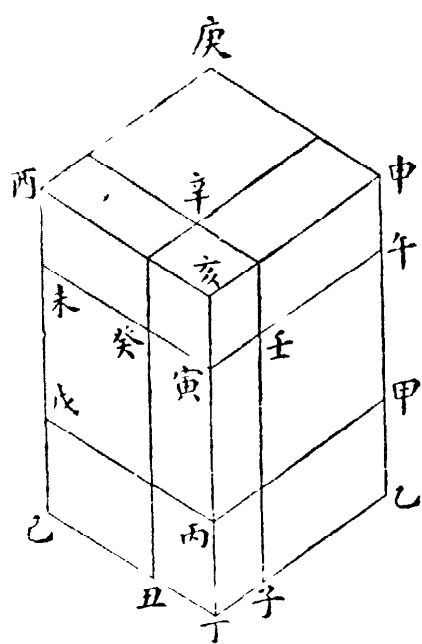
爲圖明之。甲乙丙丁戊

己並高多五尺也。除此餘卽正立方體。每邊十四尺。

②如帶兩縱縱數同之立方積二萬三千四百尺長闊皆多

高四尺。問高及長闊。曰高二十六尺。長闊各三十尺。

列實記點如法。記二點知初商是十。初商法截頭點○



一	二	一
一	三	八
一	四	八
一	五	二
一	六	〇
一	八	八

二三爲初商實。查立方大籌第二行積〇〇八千。略少於實。卽以其行數二爲初商二十尺。以初商二十尺。自乘得四百尺。爲大方面積。
如下圖之
 以多四尺自乘得十六尺。爲縱方面積。
如下圖之
 又以初

商二十尺。乘多四尺。得八十尺。
如下圖之
 倍之。得一百六十尺。爲縱

廉面積。
如下圖壬
 併三面積得五百七十六。用五七六籌。錄其第二行積一一五二。
卽以併積
 以減原

實。定二爲初商。書於頭點之旁。餘實一萬一千八百八十。次商法。以初商二十尺加縱四尺。共二十四

尺。如長。倍之得四十八尺。如兩長。以乘初商二十尺。如高。

得九百六十尺。
此子已及寅未旁
 又以初商加縱。共二十四

尺。自乘得五百七十六尺。
此底平廉面
 併二數得一千五

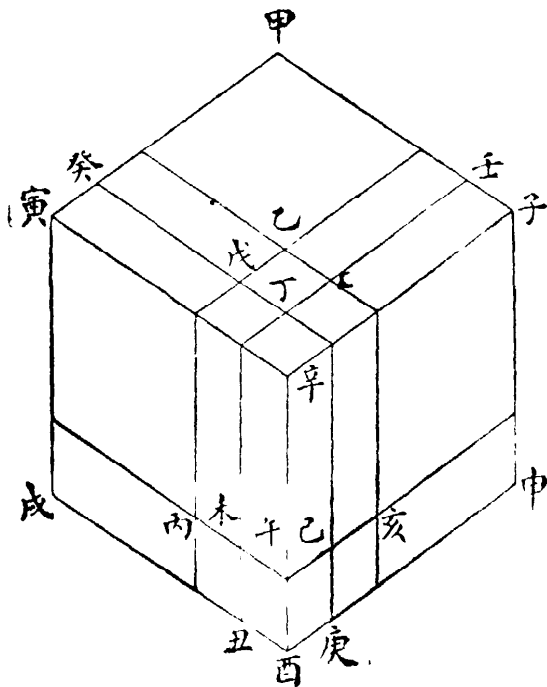
百三十六尺。爲平廉面積。以初商二十尺。三因之。得六十

尺。
此辛午申亥丙戌三長
 以縱四尺。倍之得八尺。相加。得六

十八尺。
申亥戌丙兩橫長廉。比豎長廉
 爲長廉線積。合二法。以

約次商可商六尺。就以六乘長廉線積。得四百〇八尺。爲

長廉面積。
辛午申巳
 以次商六尺。自乘得三十六尺。爲隅



面積也。午庚於是併三面積得一千九百八十。用一九八籌查其第六行積〇一一八八與餘實對減恰盡定六爲次商書於下點之旁。

③如帶兩縱縱數不同之立方積六萬一千九百九十二尺其長多闊五尺高多長一尺問三色。曰闊三十六尺長四十一尺高四十二尺。

二	四	一
〇	六	一
三	一	九
二	九	二
六		
〇	三	七
二	八	一
九		
二		
四	一	

列實記點如法。記二點知初商是十初商法截頭點〇六一爲初

商實查大籌第三行〇二七略少於實即用其行數三作初商三十

尺爲闊。如下圖以乘長。如甲三十五尺。長多潤五尺也得一千〇五十尺。

又乘高。如乙三十六尺。高多長一尺也得三萬七千八百尺錄減訖

定三爲初商書於頭點之旁餘實二萬四千一百九十二尺次商法以初商闊三十尺乘長三十五

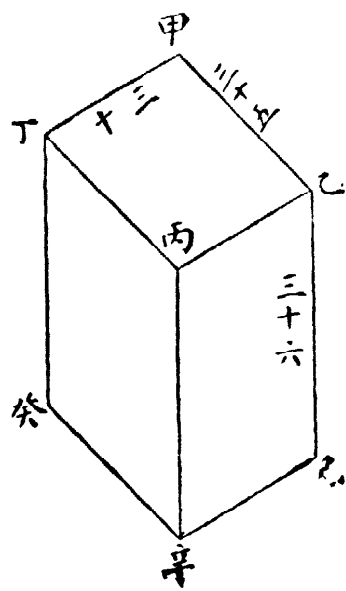
尺得一千〇五十尺。如甲丁乘又以闊三十尺乘高三十六尺。

得一千〇八十尺。如乙丙乘又以長三十五尺乘高三十六尺。初

得一千二百六十尺。如丁丙乘併三數爲平廉面積。一甲丙一丙商

次以初商闊三十長三十五高三十六併得一百〇一爲長圖

廉線積合二者以約餘實可次商六尺就以六乘長廉線得六



百〇六尺爲長廉面積。又以次商六自乘得三十六尺。爲隅面積。乃併三面積。共四千〇三十二尺。用四空三二籌。錄其第六行積。二四一九二。與餘實對減恰盡。定六爲次商。此三平廉也。三長廉一隅。

想可。書於下點之旁。

帶縱和數立方方法

○如帶一縱立方積。二千四百四十八尺。其高與闊相等。長與闊和二十九尺。問各數。曰高闊各一十二尺。長一十七尺。

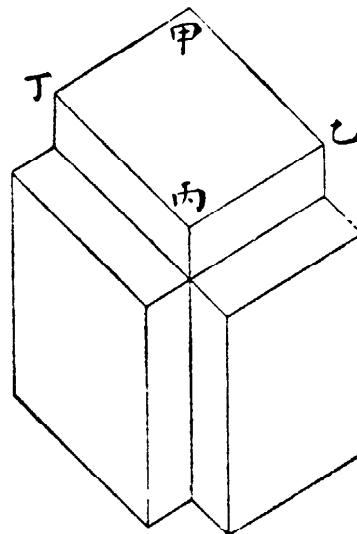
(二) 合七

〇	〇	二	四	一	四	八
〇	〇	一	九	一	四	八

列位記點如式。截〇〇二爲初商積。查立方大籌第一行積〇〇一。少於截實。卽用其行數一。爲初商十尺。蓋闊也。已辛亦高也。已乙以初商十尺。自乘得一百尺。已辛與長十九尺。長潤和二十九尺減潤十尺。餘十九尺。爲長也。相乘。已庚面乘。庚壬長。得一千九百尺。此已乙壬癸。長方積。與截實二千相減。定爲初商。

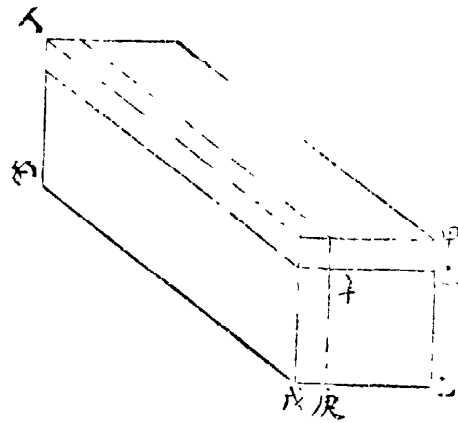
書於頭點之旁。餘實五百四十八尺。乃甲已辛庚丙。丁磬折形積。爲次商實。次商法。以初商之闊十尺。已辛也。辛與庚高同。與長十九尺。辛癸相乘。得一百九十尺。辰號面。積。倍之得三百八十尺。辰號及已號。兩面積。以除餘積。足可商一尺。因有盈積法。見下文。且初商之長十九尺。尙須減去次商數。初商闊爲十尺。以減長闊和二十九尺。故餘十九尺爲長。若闊加次商二尺。共爲十二尺。以減長闊和二十

圖商次

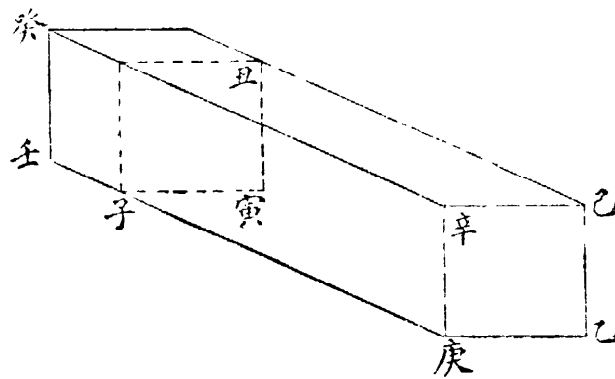


九尺。則長實。故須取略大之數爲次商。可商二尺。於是以初商十尺。自乘之一百尺。與商二尺相乘。得
 十七尺耳。爲廿寅壬。以益餘積五百四十八尺。所謂益積法也。因長本十七尺。而初
 二百尺。癸方。辰號與己號也。其闊皆初商。一長廉。午號是也。其長十七尺。其積減去。故此補回。得七百四十八尺爲次
 商二方廉。辰號與己號也。其闊皆初商。一長廉。午號是也。其長十七尺。其積減去。故此補回。得七百四十八尺爲次
 之十尺。其長皆十七尺。其積減去。故此補回。得七百四十八尺爲次
 共積。甲乙十二。乘乙戊十二。得一
 百四十四。再乘戊丙長十七。

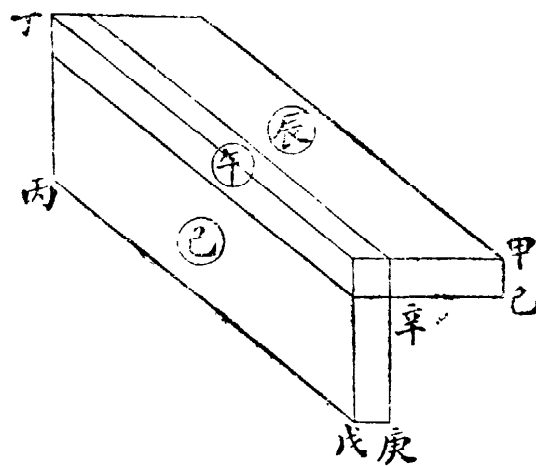
形本此



形商初此



形商次此



得二千四百四十八尺。若初商闊與高皆十尺。長爲十七尺。則其積爲已庚子在一千七百尺。與二千四百四十八尺相
 減。餘七百四十八尺。豈非辰號已號二方廉午號一長廉之共積乎。因初高長作十九尺算。多減積二百尺。遂致挹損七
 百四十八尺之共積。今既。乃以次商二尺。子壬。與初商之長十九尺。庚壬。相減餘長十七尺。戊子即。與闊
 補還。則其積固無損矣。

十尺相乘得一百七十尺。爲已號面積倍之得三百四十尺。爲二方廉面積。已號與辰號也又以次商二尺與十七尺相乘得三十四尺。爲一長廉面積。午號合二項面積共三百七十四尺。以次商二乘之得七百四十八尺。與餘實相減恰盡。定二爲次商。書於下點之旁。按此條所帶之縱無幾。十七較十二差五尺矣故初商可照常定。若帶縱太多。則初商難定。故另法如左。

○如帶一縱立方積九萬九千九百五十四尺。高闊相等。長與闊和一千二百四十三尺。問各若干。曰高闊俱九尺。長一千二百三十四尺。

亦列實記點。常法記兩點。知初商當是十。又常法截○九九爲初商實。查立大方籌第四行積○六四。

○九九九五四

○九九九五四

少於截實。似可商四十尺。而按法四十自乘得一千六百尺。再以長一千二百○三尺。長闊和一千二百四十三尺。減闊四十尺。則餘一千二百○三尺爲長。乘之得一百九十餘萬尺。比原實太多。雖屢改爲商三十尺。二十尺。十尺。猶多。則初商難取矣。

法以長闊和一千二百四十三尺。除原積九萬九千九百五十四尺。餘開方可得九尺。此因所帶之縱甚多。高與闊甚

少。其長闊和較長。所多無幾。故即以長闊和當長。除原積。即得高闊相乘面積。而開方得高闊也。高闊相乘爲面積。以長乘之爲體積。故以長除體積。而還原得面積也。乃定初商九尺爲闊。亦爲高。高闊相乘。即九尺自乘得八十一尺。再以長一千二百三十四尺。長闊相和數內除闊九尺。餘此爲長。乘之得數與原積同。

對減恰盡。定初商爲九尺。書於末點尺位之旁。

一百五十二尺不足一尺。因有益積法。

見下文。

且商之長闊二十六尺。尚須減去次商數。如丑庚之減庚卯。以合於甲戊。庚丁。

之減辰丁。以合於甲己。

故須取略大之數爲次商。可商二尺。

甲庚己。辛等。

於是以前商二尺。與長闊各二十六尺相減。

餘二十四尺。

庚丁減辰丁。餘庚辰。

與初商十尺。

乙庚。

相乘得二百四十尺。以次商二尺。

庚卯。

再乘得四百八十尺。己爲

號方廉積。

倍之得九百六十尺。爲二方廉積。

己號與午號也。

又以次商二尺自乘。以初商十尺再乘。得四十尺。

爲一長廉積。

未號。

合二項積共一千尺。以益餘積一百五十二尺。得一千一百五十二尺。爲次商一方廉

積。甲庚丁壬扁方形也。第一圖本形積。六千九百一十二尺。若初商長闊各二十四尺。自乘。乘高十尺。則但減積五

積。千七百六十尺耳。所餘一千一百五十二尺。豈非甲庚丁壬方廉積乎。因初商長闊多二尺。故多減積一千尺。致損此方廉之積。今益回則無損矣。乃以長二十四尺自乘得五百七十六尺。以次商二尺再乘得一千一百五十二尺。與

餘實相減恰盡。定二爲次商。書於下點之旁。

按此條所帶之縱亦無幾。故初商可照常定。若帶縱太多。則初商難定。另法如左。

如帶兩縱相同之立方積。三百九十六萬八千〇六十四尺。長與闊相等。高與闊和一千尺。問三色。

曰高四尺。長闊各九百九十六尺。

〇〇三九六八〇六四

三九六八〇六四

列實記點。照常法記三點。初商當是百。又常法截〇〇三爲初商實。查立方大籌第一行積〇〇一少於截實。似可商一百尺。而按法相乘。過大於原積。法以高闊和一千尺。自乘得

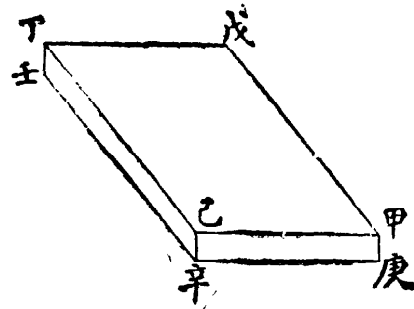
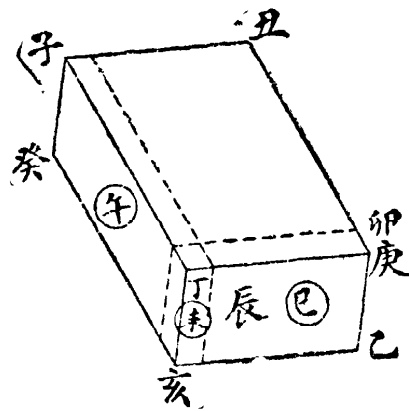
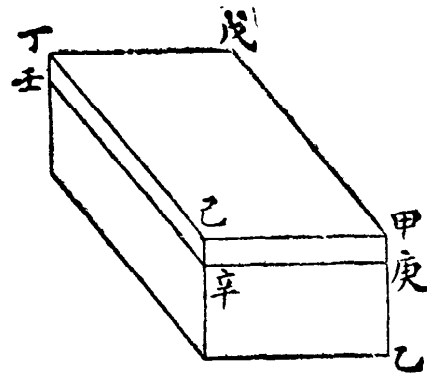
一百萬尺。以除原積足三尺。取略大數四尺爲初商。因長闊之數甚多。高數甚少。其高闊和之一千尺。比長闊之各九百九十六尺。所差無幾。故卽以高闊和爲長。以除原積得高也。以減高闊和一千尺。餘九百九十六尺爲闊。亦爲長。長闊相乘。卽自乘。再以高四尺乘之。得積與原積相符。定四尺爲初商。書於末點之旁。

⑤如帶兩縱不同之立方積。八千〇六十四尺。高與闊和三十六尺。高與長和四十尺。問三色。曰高十二尺。闊二十四尺。長二十八尺。

一	二	八
〇	〇	一
八	〇	一
一	六	四
二		
七	八	一
四	四	
一	三	

列實記點。截〇〇八爲初商實。查立方大籌第二行積〇〇八恰符。然欲得少於半和之數。乃退商十尺爲高。庚乙以乘闊二十六尺。子丑得二百六十尺。又乘長三十尺。丑庚得七千八百尺。與實相減訖。定一爲初商。書於頭點之旁。餘實二百六十四尺。次商法以長三十

尺乘闊二十六尺。得七百八十尺。子庚方以除餘積二百六十四尺。不足一尺。因仍益積。且長與闊尙各須減去次商數。長減卯庚餘卯丑。闊減辰丁餘辰庚。以合甲己。故須取略大之數爲次商。可商二尺。甲庚於是次商二尺與長三十尺相減。餘長二十八尺。又以次商二尺與闊二十六尺相減。餘闊二十四尺。卽以闊二十四尺。庚辰與高十尺。庚乙相乘。得二百四十尺。己號長又以長二十八尺。癸亥與高十尺。子癸相乘。得二百八十尺。午號長兩數併得五百二十尺。以乘次商二尺。得一千〇四十尺。爲二方廉積。己午二號。又



以次商二尺。自乘得四尺。以乘初商十尺。得四十尺。爲一長廉積。未號合二積共一千〇八十尺。以益餘積二百六十四尺。得一千三百四十四尺。爲一方廉積。甲庚丁壬。長扁方形也。第一圖本形積。八千〇六尺。致多減積一千〇八十尺。挹損此扁方形積。今既益回。則無所損矣。乃以闊二十四尺。乘長二十八尺。得六百七十二尺。以乘次商二尺。得一千三百四十四尺。與餘實對減恰盡。定二爲次商。書於末點之旁。若所帶之縱太多。可依下條法算之。

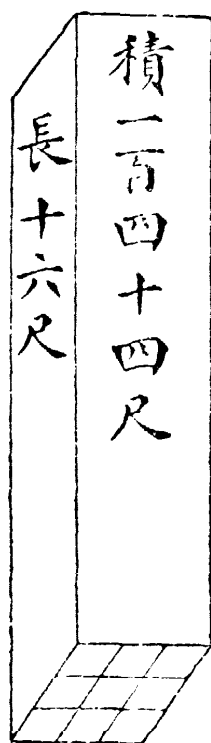
⊗如帶兩縱不同之立方積。一十七萬二千六百九十二尺。高與闊和一百二十九尺。高與長和二百四十尺。問三色。曰高六尺。闊一百二十三尺。長二百三十四尺。法以兩和卽當長闊。相乘爲法。以除

附句股法四條

①如句股積六尺句弦較二尺求三色。

法倍積得十二尺。自乘得一百四十四尺。以較二尺除之。得七十二尺。折半得三十六尺。又以較二尺折半得一尺。爲帶縱。用帶一縱較數開立方算法算之。得方三尺爲句。加較二尺。得五尺爲弦。以句除倍積。得四尺爲股。所以然者。倍積十二尺。引長之爲邊線。以句三尺除之。得四。若以股四尺除之。得三。是十二自乘。乃三股。乘四句。之正平方也。而可變爲句自乘。之長平方。何則。一句乘一股。無異一股乘一句也。則一句乘四股。亦無異。自乘得十。之長平方。何則。一句乘一股。無異一股乘一句也。則一句乘四股。亦無異。一股乘四句也。則三句乘四股。亦無異三股乘四句。可知也。而三句。即無異句自乘。之數矣。既可變爲

長平方。則又可變爲長立方。何則。句自乘得九尺。可扯直爲邊線。與股自乘之十六尺相乘。爲長平方。則亦可結聚爲面幕。與股自乘之十六尺相乘。爲長立方也。如下圖。



其以句弦較二尺。除此長立方而半之者。以此長立方之長十六尺。乃股自乘數。凡股自乘數。以句弦較除之。即得句弦和。今欲取句弦和八。故以較二除之也。凡線與線之比例。無異面與面體與體之比例。故以二除線十六。而得線八者。無異以二除面長十六。而得面長八。亦無異以二除體長十六。而得體長八也。除得之長方形如下圖。

方底仍前。而長減一半。蓋長八尺。乃句弦和也。其所以取句弦和何也。以句弦和。即二句尺。二句弦較二共數也。於是折半如下圖。

方底仍前。而長減一半。乃一句尺。三半句弦較尺一之共數。乙丙丁戊。立方三尺也。

其邊爲句。一尺。甲乙帶縱也。即半句較。

②如句股積六尺。股弦較一尺。求三色。

法倍積。自乘得一百四十四尺。乃方四尺。股自乘之。羣也。長九尺。句自乘之。數。之長立方

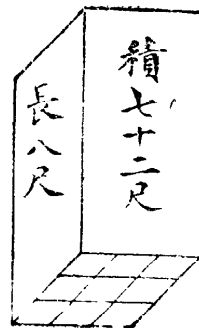
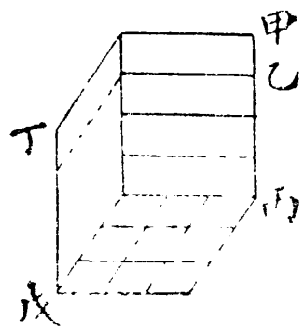
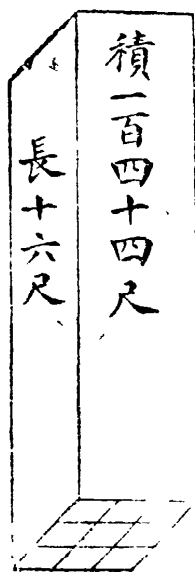
體積。以較一除之。如故。折半爲方四尺。長四尺五寸之長立方體積。其長爲一

股與半句弦較之共數。餘倣上條。

③如句股積六尺。句弦和八尺。求三色。

法倍積十二尺。自乘得一百四十四尺。爲長立方體。以句弦和

八尺除之。得十八尺。爲扁方體。

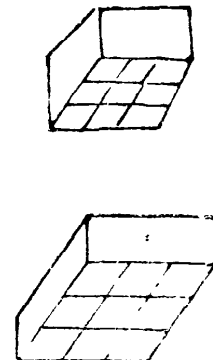


折半得九尺。爲極扁方體。其高爲半句弦較一尺。乃以句弦和八尺。折半得四尺。爲高一尺。與闊尺三。和用帶兩縱相同和數。立方法算之。得方邊三尺。爲句。於和內減之餘五尺爲弦。以句除倍積。得四尺爲股。做第一條法論之。

④如句股積六尺。股弦和九尺。求三色。

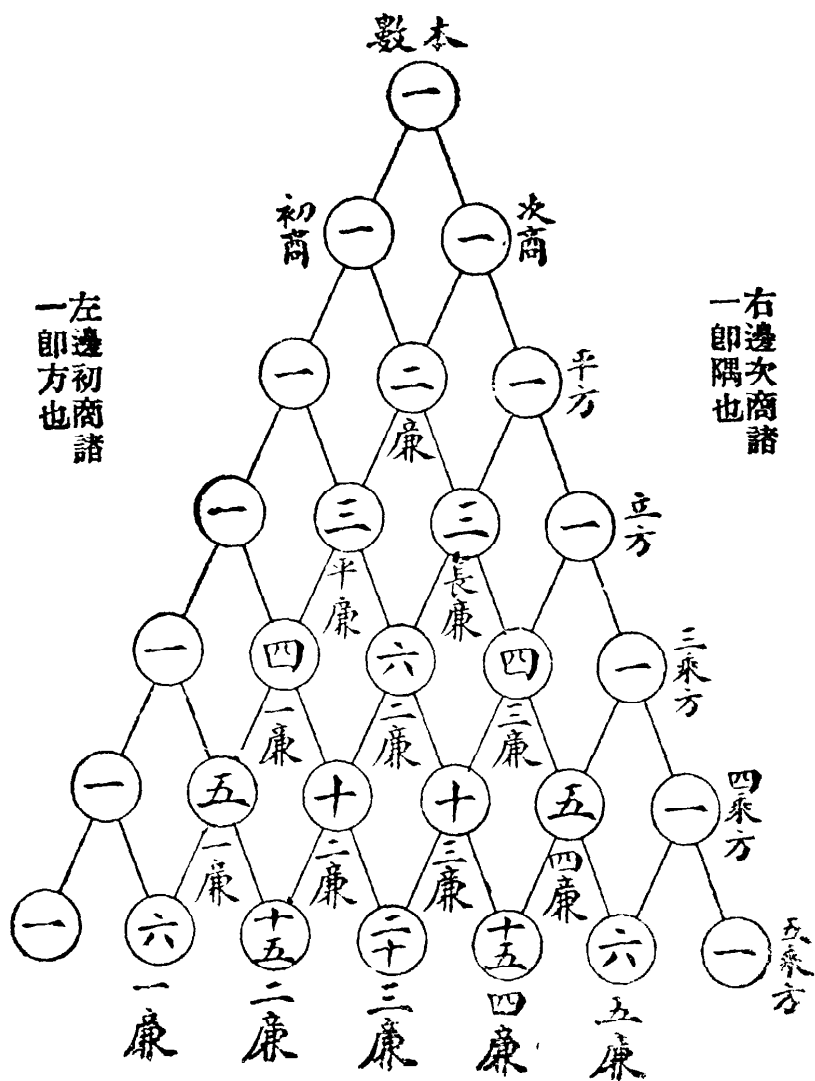
法倍積。自乘得一百四十四尺。乃方四尺。股自乘長九尺。句自乘之長立方體積。以和九尺除之。得一十六尺。折半得八尺。爲扁方體積。其高五寸。乃以和折半得四尺五寸。爲高與底闊之共數。餘做上條。

開三乘方

平方形如棋局。立方形如骰子。三乘方形有二。一曰平形。乃大平方也。如井十爲通。通十爲成。成方十里。此爲十里自乘得積一百里也。成十爲終。此爲十里再乘得積一千里。乃長平方也。終十爲同。此爲十里三乘得積一萬里也。同方百里。其成方十里。爲自乘小平方。同方百里。乃三乘大平方也。一曰立形。乃長立方也。如二自乘得平方四。再乘得立方八。三乘得長立方十六。立方。如將八骰子。每面堆二個。高堆二個。長立方如將十六骰子。每面堆二個。高堆四個也。四乘方以下。以此推之。按平方兩廉只一樣。立方六廉分兩樣。三平廉。三長廉。三乘方十四廉分三樣。古分第一廉。第二樣廉爲上廉。第三樣廉爲下廉。今從梅定九。但分一廉二廉三廉。其廉率皆天然所生。如下圖。上兩一生下二。上一二生下三。上兩三生下六之類是也。

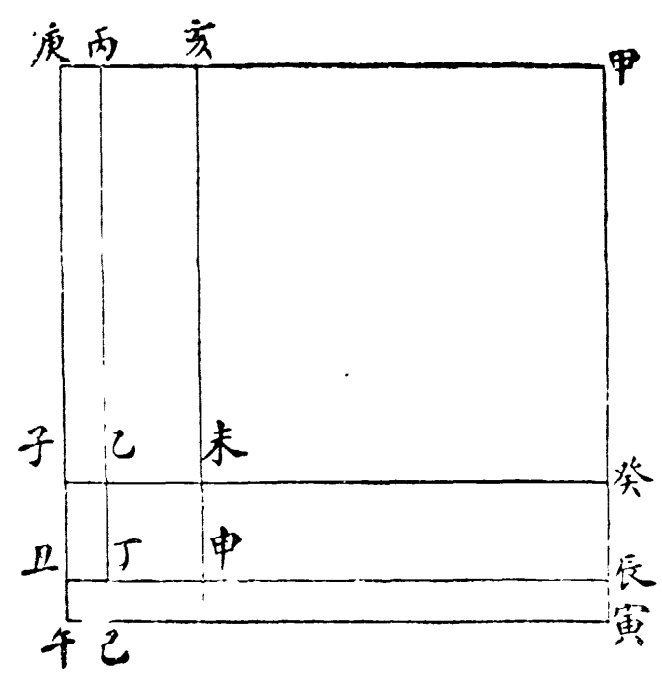
圖最上層書一者。本數也。如一尺或一百尺。或一萬尺之類。有方而無廉隅者也。下文俱只舉一次層並列一者。即十一也。左一爲十尺。乃初商。右一爲一尺。乃次商也。謂之方邊。有邊則有幕。第三層並列二者。一百二十一尺也。乃平方邊一十一尺之幕積。左一百尺爲方。乃初商十尺之自乘。中二十尺爲兩廉。乃初商十尺與次商一尺相乘。二因所得。右一尺爲隅。乃次商一尺之自乘也。第四層並列三者。一千三百三十一尺也。乃立方邊一十一尺之體積。左一千尺爲方體。中初商一十尺自乘再乘之積也。中三百三十尺。內三平廉積三百尺。乃初商一十尺自乘乘次商一尺。三因所得。三長廉積三十尺。乃次商一尺自乘乘初商十尺。三因所得也。右一尺爲隅體。乃次商自乘

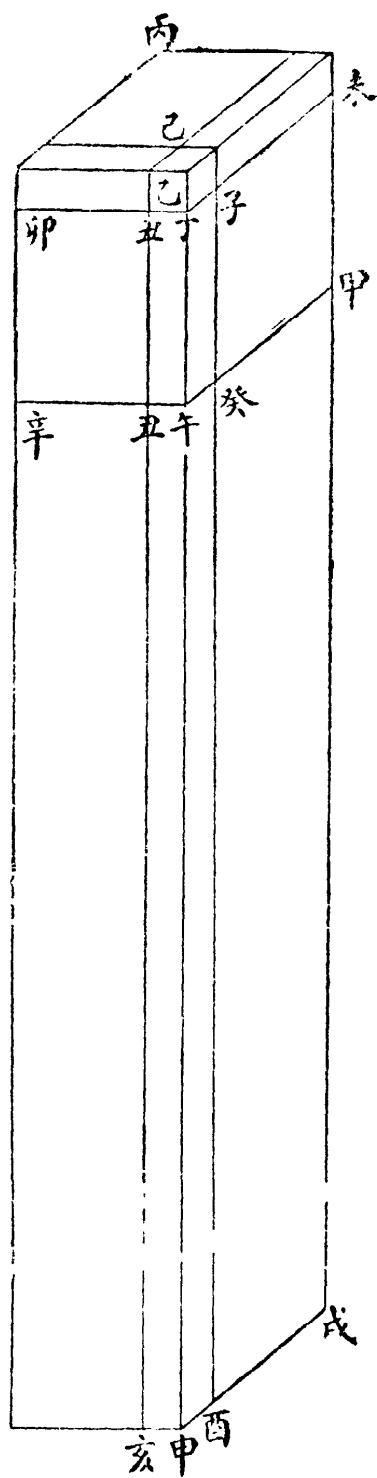
廉率圖



再乘之積也。第五層並列者。一萬四千六百四十一尺也。乃三乘方邊一十一尺之冪積。左一萬尺爲方。初商一十尺。自乘再乘三乘之積也。中四千六百四十尺。乃第一廉積。則初商十尺再乘。乘次商一尺。四因所得。其六百尺。乃第二廉積。則初商十尺自乘。與次商一尺自乘。相乘六因所得。其四十尺。乃第三廉積。則次商一尺再乘。乘初商十尺。四因所得也。右一尺爲隅。乃次商一自乘再乘三乘之積也。四乘方以下。倣此論之。詳梅定九少廣拾遺中。試爲平形三乘方圖明之。

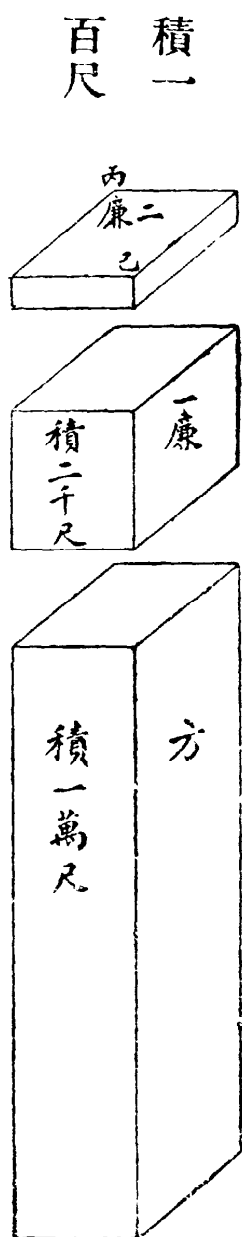
甲庚甲寅並一百二十一尺。乃方十一尺自乘再乘三乘之大方也。其積一萬四千六百四十一尺。甲癸癸未並一百尺。乃商十尺自乘再乘三乘之方也。其積一萬尺。癸申未丙二長方。各長一百尺。闊二十尺。共積四千尺。卽第一廉積也。又未丁方二十尺。自乘得四百尺。而辰酉丙子二長方。並長一百尺。闊一尺。共積二百尺。合之。共積六百尺。卽第二廉積也。又申己丁子二長方。並長二十尺。闊一尺。共積四十尺。卽第三廉積也。又丁午方一尺爲隅。合之。共積一萬四千六百四十一尺。又爲立形三乘方圖明之。





甲酉辛亥皆第一廉也。丙己未癸辛丑皆第二廉也。未己卯己子壬皆第三廉也。己丁隅也。尚有方一。
第一廉一隱於中。故又爲分形圖明之。

分圖

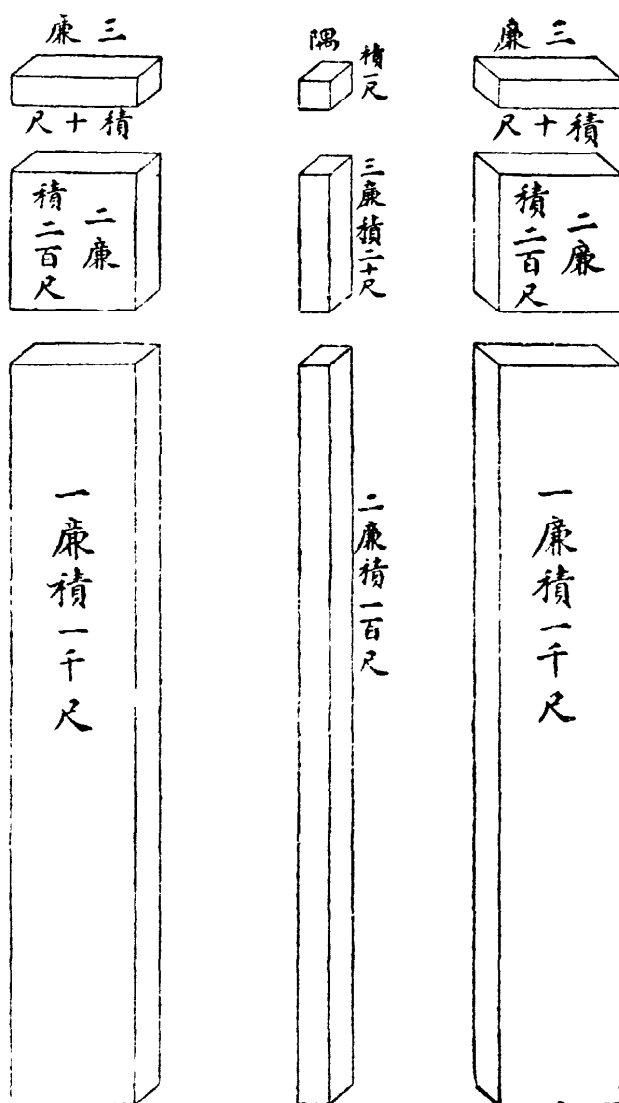


已上三者本相連。共長一百二十一尺。方十尺。

以上九者已見合圖。本相連。

○今有三乘方積二千〇一十五萬一千一百二十一尺。問方根若干。

法列實記點。每隔三位記一點。以三乘方乃截實四位爲一商故也。 做平方立方法。以三乘方大籌定初商。記二點。知初商是十。查三乘方大籌第六行。積一千二百九十六萬尺。略少於實。錄減訖。六爲初商。餘實七百一十九萬



一	三六七八	一
〇〇〇二	四四一四	〇六二五
一	二	五
〇〇〇一	〇七三六	〇六二五
一	三六七八	一

法列實，隔三位記一點，計記三點，知初商是百。頭點上缺三位，故於實首加三〇

以補查三乘方大籌第一行〇〇〇一，略少於實，錄減訖，定一

爲初商，餘實一億四千四百一十四萬〇六百二十五尺。次

商法照初商一百尺，查立方籌第一行積，係一百萬，以第一廉率四因之，得四百萬，又照初商一百尺，查平方籌第一行積，係一萬尺，以第二廉率六因之，得六萬尺，而次商二十尺，以因之，得一百二十萬尺，又照次商二十尺，查平方籌第二行積，係四百尺，即換用第四籌，照初商一百尺，查其第一行，係四萬尺，以第三廉率四因之，得一十六萬尺，併三廉泛積，共五百三十六萬尺，以次商二十尺因之，得定積一億〇七百二十萬，又照次商二十尺，查三乘方大籌第二行，隅積係一十六萬，併入三廉定積，共一億〇七百三十六萬，錄減訖，定二爲次商，餘實三千六百七十八萬〇六百二十五尺。三商法，查實末係五字，此五字在三乘方大籌第五行，即以五爲三商，將初次商一百二十尺，自乘再乘得一百七十二萬八千尺，與第一廉率四相乘，得六百九十一萬二千尺，又將初次商一百二十尺，自乘得一萬四千四百尺，與第二廉率六相乘，得八萬六千四百尺，又與第三商五尺相乘，得四十三萬二千尺，又將三商五尺，自乘得二十五尺，以乘初次商一百二十尺，得三千尺，以第三廉率四乘之，得一萬二千尺，併三廉泛積，共七百三十五萬六千尺，以三商五尺，乘得

定積三千六百七十八萬尺。又照三商五尺。查三乘方大籌第五行。隅積係六百二十五尺。併入三廉定積。共三千六百七十八萬○六百二十五尺。減餘實恰盡。

